

ELEMENTOS

DE ALGEBRA,

O SEA

REGLAS GENERALES

PARA ENCONTRAR

LO QUE VALE LA INCOGNITA

en las equaciones de el primero, y segundo
grado, en quienes no haya termino
irracional,

Y RESOLUCION

DE SETENTA Y QUATRO PROBLÉMAS,

DISTRIBUIDO TODO

EN VEINTE Y TRES DIALOGOS;
de fuerte, que en otros tantos dias los puede
comprehender el que se halle impuesto en
los setenta y siete Dialogos dados à luz
por el Autor de los presentes

DON VENTURA DE ABILA,

*Ex-Academico de la Real Academia Militar
de Mathematicas de Barcelona, &c.*

CON LICENCIA.

En Barcelona: Por Francisco Suriá, y Burgada,
Impresor, y Librero.

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

207 57 05 1

DICIPULOS QUERIDOS.

ES el Algebra un camino, que quien por él no se mueve tardará en llegar à ser, si lo consigue, un mediano Mathematico. Ella se introduce à casi todas las partes de la Mathematica, y las auxilia para indagar lo que sin su sutileza seria imposible descubrir. Tengo por imposible, que quien ignore esta Facultad sea celebre en las Ciencias Naturales. Es el objeto de los Estrangeros sabios, y el medio para aprender mucho en poco tiempo.

Bastantes son los que se miraban à esta Ciencia, hasta de poco tiempo à esta parte, por un estudio de poca, ò ninguna utilidad; pero ya gracias à Dios viven en el verdadero concepto de su importancia. Este accretado modo de pensar, que en muchos será efecto de experimentar la considerable falta que les hace, seria bastante para que en poco tiempo se aficionasen à ella, si no ocurrie-
se

se aquel grande error de presumir que es una Facultad muy difícil de entenderse. Sepan los que quieren dedicarse à la Physica Experimental, ya que no les es posible entender los Autores mas modernos, que de ella tratan, sin el conocimiento de el Algebra: Sepan los que quieren entender las Obras modernas de Medicina, ya que les es imposible salir con lucimiento en esta empresa, si carecen de varios principios de el Algebra: Y sepan por fin todos, que quien se meta à estudiar esta Facultad, ignorando la mayor parte de lo que contienen mis setenta y siete Dialogos anteriores, no conseguirá aprenderla aunque trabaje mil años; pero sepan todos tambien, que quien se encuentre impuesto en los referidos setenta y siete Dialogos, la comprehenderá con tanta facilidad, y complacencia, si se adapta à los avisos que à el fin de cada Dialogo pongo, que se quedará admirado.

DIA-



DIALOGO 78.

DEFINICIONES, Y AXIOMAS.

MAESTRO. En vano se fatiga el que quiere imponerse en una Facultad; si no se entera primero de la significacion de las voces, ò terminos que con frecuencia ocurren en ella. *Dicípulo.* Con lastimosos efectos se está verificando en muchos este dicho.

Esta ciencia de el Algebra, qué viene à ser? *M.* Un methodo general para resolver Problemas, y descubrir propiedades, tanto de las Ciencias puro-Mathematicas, como de las Physico-Mathematicas.

M. Qué es equacion? *D.* La igualacion de dos cantidades. *M.* Qué es cantidad incognita de una equacion? *D.* Aquella cantidad, que representa una cantidad no conocida. *M.* Termino incognito de una equacion qué es? *D.* Aquel termino en quien se encuentra la incognita. *M.* Qué es termino conocido
de

de una equacion? *D.* Aquel en quien no se encuentra la incognita. *M.* Miembro primero de una equacion qué es? *D.* Aquella cantidad que está antes de este signo $=$. *M.* Miembro segundo de una equacion, dime, qué es? *D.* Aquella cantidad que está despues de este signo $=$.

Maestro mio, en resumen en esta equacion $3n - 5 = 80 - 7n + 9$, si la cantidad, ò letra n representa una cantidad que no se conoce, la tal cantidad n se llama cantidad incognita. El termino $3n$ (como tambien el termino $-7n$) en donde se encuentra la incognita n , se llama termino incognito. El termino -5 (como tambien el termino $+80$, y el termino $+9$) en quien no se encuentra la incognita n , se llama termino conocido. Los dos terminos $3n$, -5 componen el miembro primero de dicha equacion, y los tres terminos 80 , $-7n$, $+9$ forman el miembro segundo.

M. Supongamos que n es la incognita en esta equacion $51n - \frac{3}{8}n + 8 = 7 + n$, dime quales son los terminos incognitos? *D.* Son estos tres $51n$, $-\frac{3}{8}n$, $+n$. *M.* Quales son

los

los terminos conocidos? *D.* Estos dos $+8, +7$.
M. Qual es el miembro primero? *D.* Los tres terminos $51n, -\frac{3n}{4}, +8$ componen, ò forman el miembro primero. *M.* Qual es el miembro segundo? *D.* El complexô $7+n$; esto es, los dos terminos $7, +n$ componen el miembro segundo.

M. En este día no veas Dialogo alguno de los que siguen. Repasa los Dialogos 45, 46, 47, 48, y 49, y lee (pero no te canse en ponerlos en la memoria) los siguientes

A X I O M A S.

1° Si à cosas iguales se añaden cosas iguales, las sumas serán iguales.

2° Si de cosas iguales se restan, ò quitan cosas iguales, los residuos serán iguales.

3° Si cosas iguales se multiplican por cosas iguales, los productos serán iguales.

4° Si cosas iguales se parten por cosas iguales, los quocientes serán iguales.

5° El todo es mayor que qualquiera de sus partes.

6° El todo es igual à todas sus partes juntas.

7° Las cosas que son iguales à otra , son iguales entre sí.

Sobre estos , y semejantes axiomas , ò verdades tan claras , ciertas , y evidentes , que no necesitan de prueba , se funda la Mathematica.

DIALOGO 79.

REGLA GENERAL

Para encontrar lo que vale la incognita en qualquiera equacion simple , en quien no se hallé término irracional.

LO 1° Multipliquese cada miembro por el producto de los denominadores.

Lo 2° Reduzcanse à enteros los quebrados improprios.

Lo 3° Si alguno , ò algunos de los terminos que hay en el miembro primero , están tambien en el miembro segundo con el mismo signo , quitense , ò borrense los tales terminos de ambos miembros.

Lo 4° Si en cada termino está la incognita , partase cada miembro por la potencia menor

menor de la incognita. (Adviertase, que si hecho todo lo dicho, resultase una equacion tal, que haya en ella algun termino conocido, y algun termino en donde la incognita tenga un exponente mayor que el numero 1, la equacion dada no es simple.)

Lo 5.^o Restense, ò quiten se de cada miembro los terminos conocidos, que hay en el miembro primero.

Lo 6.^o Restense, ò quiten se de cada miembro los terminos incognitos, que hay en el miembro segundo.

Lo 7.^o Reduzcase cada miembro à los menos terminos que sea posible. (Adviertase, que esto se puede executar en qualquiera ocasion.)

Lo 8.^o Partase cada miembro por el coeficiente de la incognita, y lo que resulte en el miembro segundo será lo que vale la incognita en la equacion dada.

Explicacion.

Para encontrar lo que vale la incognita n (por medio de la referida Regla general) en esta equacion $2n + 6n^3 + 3n^4 = \frac{2n}{6} + 34n^3 + \frac{n}{3} + 2n$, practiquese lo siguiente.

Lo

Lo 1º Multiplíquese cada miembro por 18, que es el producto de los denominadores 6 y 3, y se tendrá la equacion A. *Vease el Mapa 1º unido à la pagina 11.*

Lo 2º Reduzcanse à enteros los quebrados improprios $\frac{36n^4}{6}$, $\frac{18n^4}{3}$, y se tendrá B.

Lo 3º Quitefe, ò borrese de ambos miembros el termino $36n$, que se encuentra con un mismo signo en ambos miembros, y se tendrá C.

Lo 4º Partase cada miembro por n^3 , que es la potencia menor de la incognita n , que en cada termino se encuentra, y se tendrá D.

Lo 5º Restese, ò quitefe de cada miembro el termino $+108$, que es el termino conocido que hay en el miembro primero, y se tendrá E.

Lo 6º Restense, ò quitenfe de cada miembro los terminos $+6n$, $+6n$ incognitos, que hay en el miembro segundo, y se tendrá F.

Lo 7º Reduzcáse cada miembro à los menos terminos que sea posible, y se tendrá G.

Lo 8º Partase cada miembro por 42, que es el coeficiente de la incognita n , y se tendrá

drá H. Digo pues, que lo que vale la incognita n en la equacion dada es 12.

Para encontrar lo que vale la incognita n en esta equacion $\frac{7n}{6} - 1000 = 3n - 2n$ se opera así.

Hecho lo que dice el precepto 1º, que es multiplicar cada miembro por 6, resulta M. *Vease el Mapa 2º unido à la pagina 11.*

Hecho lo que dice el precepto 2º, resulta N.

No hay que hacer, ò que practicar lo que dicen los preceptos 3º, y 4º.

Hecho lo que dice el precepto 5º, que es restar de cada miembro -6000 , resulta O.

Hecho lo que dice el precepto 6º, que es restar, ò quitar de cada miembro $+18n - 12n$, resulta P.

Hecho lo que dice el precepto 7º, resulta Q.

Hecho lo que dice el precepto 8º, que es partir cada miembro por 1 (coeficiente de la incognita) resulta R. Digo pues, que en la equacion dada $\frac{7n}{6} - 1000 = 3n - 2n$, lo que vale la incognita n es 6000.

Para encontrar lo que vale la incognita n en esta equacion $\frac{n^2}{4} + 8n = -n - \frac{n}{2} + 2n^2$, hagase lo que sigue:

Pre-

- Precepto 1° . . . $\frac{8n^2}{4} + 64n = -8n - \frac{2n}{2} + 16n^2$
 Precepto 2° . . . $2n^2 + 64n = -8n - 4n + 16n^2$
 Precepto 4° $2n + 64 = -8 - 4 + 16n$
 Precepto 5° $2n = -8 - 4 + 16n - 64$
 Precepto 6° $2n - 16n = -8 - 4 - 64$
 Precepto 7° $-14n = -76$
 Precepto 8°, que es

partir cada miembro por -14 . . . $+n = 5 + \frac{6}{14}$
 Digo, que lo que vale la incognita n en la equacion dada es 5 , y $\frac{6}{14}$.

Lo que en este dia debes executar es, ponerte en la memoria los ocho preceptos que contiene la Regla general, y ver si vale 4 la incognita n en esta equacion $2n = 12 - n$.

DIALOGO 80.

D. Como el Ave Maria sé los ocho preceptos de la Regla general, que v. m. se sirvió explicar ayer. **M.** Para encontrar lo que vale la incognita n en esta equacion $20 - n = n$ cómo te gobernarás? **D.** De esta manera.

La equacion dada es esta. $20 - n = n$

No tengo que practicar lo que dicen los preceptos 1°, 2°, 3°, y 4°.

He

Hecho lo que dice el precepto 5º, que es restar de cada miembro $+20$, resulta. $-n=n-20$

Hecho lo que dice el precepto 6º, que es restar, ò quitar de cada miembro n , resulta. $-n-n=-20$

Hecho lo que dice el precepto 7º resulta. $-2n=-20$

Hecho lo que dice el precepto 8º (que es partir cada miembro por el coeficiente de la incognita, que es -2) resulta. $+n=+10$

Digo pues, que es 10 lo que vale la incognita n en la equacion $20-n=n$ dada.

D. Tres cosas, Maestro mio, me ocasionan desagrado. *M.* Qual es la primera? *D.* El que no rastreo à que cosa, que sea util, puede dirigirse este trabajo, ò la aplicacion de la Regla general puesta en el Dialogo anterior. *M.* Antes de seis dias encontrarás con gusto la respuesta. Qual es la segunda? *D.* El que aunque no tengo dificultad en encontrar lo que vale la incognita en qualquiera equacion simple, en que no haya termino alguno irracional, tardo mucho en conseguirlo

lo. *M.* A mi, y à todos nos sucedió lo propio à los principios. Eso consiste en que no tienes bastante práctica todavia. No te separes cosa alguna de lo que dice la Regla general, y verás quan expedito estás antes de quatro dias. Qual es la tercera? *D.* El que como v.m. no me ha dado una regla para conocer si me he equivocado, ò no, en una operacion, vivo con la sospecha de que me equivoco muchas veces. *M.* Dicipulo mio, que practicando lo que dicen los ocho preceptos de la Regla general precisamente encontrarás lo que vale la incognita, es indubitable; pero tambien lo es el que tu te puedes equivocar (à mi me sucede à cada paso) en la práctica de alguno de ellos, y por consiguiente resultarte la incognita igual à una cantidad, à quien en realidad no es igual; para conocer pues si te has equivocado, ò no, sirve la siguiente

R E G L A G E N E R A L.

En la equacion propuesta pongase en lugar de la incognita aquella cantidad que se ha encontrado igual à ella. Echo esto, si lo que

re-

M A P A I^o.

$$2n + 6n^3 + 3n^4 = \frac{2n^4}{6} + 34n^3 + \frac{n^3}{3} + 2n$$

$$A. . . 36n + 108n^3 + 54n^4 = \frac{36n^4}{6} + 612n^3 + \frac{18n^3}{3} + 36n$$

$$B. . . 36n + 108n^3 + 54n^4 = 6n^4 + 612n^3 + 6n^4 + 36n$$

$$C. 108n^3 + 54n^4 = 6n^4 + 612n^3 + 6n^4$$

$$D. 108 + 54n = 6n + 612 + 6n$$

$$E. 54n = 6n + 612 + 6n - 108$$

$$F. . . . 54n - 6n - 6n = 612 - 108$$

$$G. 42n = 504$$

$$H. n = 12$$

M A P A II^o.

$$\frac{7n}{6} - 1000 = 3n - 2n$$

$$M. \frac{42n}{6} - 6000 = 18n - 12n$$

$$N. 7n - 6000 = 18n - 12n$$

$$O. 7n = 18n - 12n + 6000$$

$$P. . . . 7n - 18n + 12n = 6000$$

$$Q. 1n = 6000$$

$$R. n = 6000$$

111

112

113

114

80

—

115

resulta en el miembro primero es lo mismo que lo que resulta en el miembro segundo, es señal infalible de que no se ha cometido yerro en la operacion; pero si lo que resulta en el miembro primero no es lo mismo que lo que resulta en el miembro segundo, es señal infalible de que se ha cometido yerro en la operacion.

D. Ayer dixo v. m. que vale 4 la incognita en esta equacion. $2n = 12 - n$

Poniendo 4 en lugar de la n , resulta. $2 \times 4 = 12 - 4$,

esto es. $8 = 8$, y por-

que lo que me resulta en el miembro primero (que es 8) es lo mismo que lo que me resulta en el miembro segundo (pues es tambien 8) digo que v. m. no padeció yerro en la operacion; esto es, digo que es cierto que lo que vale la incognita n en esta equacion $2n = 12 - n$, es 4.

M. Como conviene que estés muy diestro en encontrar lo que vale la incognita en qualquiera equacion simple, te quiero proponer muchos exemplos. En esta equacion $2n - 6 = 14$ la incógnita n quanto vale? *D.* 10.

$$2n-6=14$$

Precepto 5º $2n=14+6$

Precepto 7º $2n=20$

Precepto 8º $n=10$

M. En esta equation $\frac{n}{2}+8=38$ la incognita n quanto vale? D. 60.

M. En esta equation $\frac{4n}{3}-3=9$ la incognita n quanto vale? D. 15.

M. En esta equation $\frac{n}{2}+\frac{n}{3}=25$ la incognita n quanto vale? D. 30.

M. En esta equation $\frac{n}{6}+2n=4n$ la incognita n quanto vale? D. 12.

M. En esta equation $2n^2+3=6n+3$ la incognita n quanto vale? D. 3.

M. En esta equation $\frac{n}{2}+22=3n-8$ la incognita n quanto vale? D. 12, y aseguro que no me he equivocado en la operacion, poniendo 12 en lugar de n en la dicha equation, lo mismo que en el miembro primero resulta (que es 28) resulta en el segundo.

M. En esta equation $n-2=\frac{n}{3}+\frac{n}{4}+13$ la incognita n quanto vale? D. 36.

M. En esta equation $\frac{nnn}{2}=4n^2$ la incognita n quanto vale? D. 8.

M. Repasa oy los Dialogos 50, 51, 52

53, y no dexes de executar lo, aunque te parezca que no tienes necesidad de ello.

D I A L O G O 81.

M. En esta equacion $4n = \frac{2n}{5} + 2$ la incognita n quanto vale? *D.* $\frac{5}{9}$.

M. En esta equacion $n - 5 = 8$ la incognita n quanto vale? *D.* 13.

M. En esta equacion $4n + 12 = 52$ la incognita n quanto vale? *D.* 10.

Maestro mio, crea v. m. que me encuentro tan diestro en encontrar lo que vale la incognita en qualquiera equacion simple, que contemplo sería mejor que pasásemos à otra cosa. **M.** Lo que mas te conviene sobre esto, quien lo sabe mas bien tu, ò yo? *D.* V. m.

M. Pues yo te digo que no quiero que pasemos à otra cosa. A ti te parece que ya estás muy practico en encontrar lo que vale la incognita en qualquiera equacion simple, y à mi me parece que aun no lo estás tanto como conviene, para que en lo succesivo no tengamos que detenernos por lo respectivo à esta operation que à cada paso se nos ofrecerá. Es tu

B. genio,

genio (compatriota , y querido Dicipulo)
de tal condicion, que aun no sabes bien una
cosa, quando ya quisieras introducirte en
otra. A esto, que algunos llaman viveza, lo
llamo yo falta de entendimiento, y medio
muy poderoso para no saber.

En esta equacion $220n - 2n^2 = 20n^2$ la incognita n quanto vale? D. 10.

M. En esta equacion $\frac{n}{4} - 2 = 5$ la incognita n quanto vale? D. 28.

M. En esta equacion $n + 5 = 8$ la incognita n quanto vale? D. 3.

M. En esta equacion $4n^2 = 16n$ la incognita n quanto vale? D. 4.

M. En esta equacion $6 + n = 12n$ la incognita n quanto vale? D. 6.

M. En esta equacion $3n + 18 = 66 - 2n$ la incognita n quanto vale? D. 9 y $\frac{3}{5}$.

M. En esta equacion $20 - n = 16$ la incognita n quanto vale? D. 4.

M. En esta equacion $190 - 6n = 100$ la incognita n quanto vale? D. 15.

M. En esta equacion $12 - n = 20 - 2n$ la incognita n quanto vale? D. 8.

M. En esta equacion $\frac{n}{3} = 12 - n$ la incognita n quanto vale? D. 9.

M.

M. En esta equacion $2n = 12 - n$ la incognita n quanto vale? *D.* 4, y aseguro que no me he equivocado en la operacion, pues poniendo, ò substituyendo 4 en lugar de la incognita n en la dicha equacion $2n = 12 - n$, la cantidad (que es 8) que resulta en el miembro primero es la misma que la que resulta en el miembro segundo.

M. Repasa los Dialogos 54, 55, 56, 57, y 58.

DIALOGO 82.

D. Maestro mio, ayer dixes à un conocido mio, que hace tres años, y cinco meses que con grande fatiga está trabajando, y mirando varios Libros, que encontre lo que vale la incognita n en esta equacion $n = 2 + \frac{3n}{4}$, y al cabo de una hora que estuvo haciendo operaciones, me respondió que no acertaba. Admirome de ello, à el considerar que en tan corto tiempo lo haya aprendido yo. *M.* Tal vez habrá estudiado tu conocido por algun Libro, que aunque trayga los mismos preceptos, que contiene la Regla general puesta en el Dialogo 79, no los traherá encadenados.

dos. Este comun defecto produce mucha confusion en los principiantes. Tu, querido Dicipulo, gobiernate como dice la Regla general, y advierte, que aunque me seria facil el darte algunos avisos para abreviar la operacion en algunos casos, no lo quiero executar. *D.* Y por qué, Maestro mio? *M.* Por dos cosas; la una, porque ahora en lugar de ocasionarte utilidad, te ocasionarian confusion; y la otra, porque todo quanto te puedo yo advertir sobre esta materia, te lo enseñará el exercicio antes de mucho tiempo.

En la dicha equation $n=2+\frac{3}{4}$ la incognita n quanto vale? *D.* 8.

M. En esta equation $n+3=23$ la incognita n quanto vale? *D.* 20.

M. En esta equation $2n+6=26$ la incognita n quanto vale? *D.* 10.

M. En esta equation $\frac{n}{2}+8=38$ la incognita n quanto vale? *D.* 60.

M. En esta equation $\frac{4n}{3}-3=9$ la incognita n quanto vale? *D.* 9.

M. En esta equation $\frac{n}{2}+\frac{n}{3}=25$ la incognita n quanto vale? *D.* 30.

M. En esta equation $\frac{nn}{6}+2n=4n$ la incognita n quanto vale? *D.* 12.

M. En esta equation $n-2=\frac{n}{3}+\frac{n}{4}+13$ la incognita n quanto vale? *D.* 36.

M. En esta equation $\frac{80n}{384}+43=2n$ la incognita n quanto vale? *D.* 24.

D. Maestro mio, ruego à v. m. me pase adelante, pues no encuentro dificultad en este asunto.

M. En esta equation $6n^5+\frac{5n^4}{6}=16n^3$ la incognita n quanto vale? *D.* Despues de haber hecho lo que dicen los preceptos 1°, 2°, 3°, y 4° de la Regla general puesta en el Dialogo 9, me resulta esta equation $36n^2+5n=96$, la qual es tal, que en ella hay algun termino conocido (como es 96) y algun termino como es $36n^2$) en donde la incognita n tiene un exponente mayor que el numero 1; luego (advertencia puesta en el precepto 4° de la referida Regla general) la equation dada

la $6n^5+\frac{5n^4}{6}=16n^3$ no es simple, y como v. m. no me ha enseñado la regla que debò observar para encontrar lo que vale la incognita en una equation que no sea simple, respondo que no sé quanto vale la incognita n en esta equation $6n^5+\frac{5n^4}{6}=16n^3$. *M.* Te has explicado como yo descaba.

En

En esta equacion $\frac{2n+1400}{16}=2100$ la incognita n quanto vale? D. 16100.

M. En esta equacion $8n-35=0$ la incognita n quanto vale? D. $\frac{35}{8}=4$ y $\frac{3}{8}$.

M. En esta equacion $\frac{n}{8}+\frac{n}{3}+42=n$ la incognita n quanto vale? D. 84.

M. En esta equacion $\frac{n}{2}+\frac{n}{3}+\frac{n}{4}=13000$ la incognita n quanto vale? D. 12000, y aseguro que no he padecido yerro en la operacion, pues poniendo, ò substituyendo 12000 en lugar de n en la equacion dada, en el miembro primero resulta la misma cantidad (que es 13000) que en el miembro segundo.

M. Repasa oy los Dialogos 59, 60, 61, y 62. Por mas que la curiosidad te estimule no veas hasta mañana cosa alguna de lo que sigue.

DIALOGO 83.

Resolucion de algunos Problemas.

M. Por muy bien empleado dá un Labrador el frio que toleró sembrando, y la sed que le atormentó en la siega, quando mira en sus Troxes la Cosecha. Presentótelá abundante,

dante, amado Dicipulo mio, en los Problemas que siguen.

PROBLEMA 1^o.

Si Pedro tuviese 3 dedos mas de los que tiene, tendria 23 dedos, pregunto quantos dedos tiene?

D. Sé (pues claramente lo veo) que Pedro tiene 20 dedos; pero no sé el methodo que debo observar para sacarlo. *M.* Estáme atento.

Si suponemos que es n el numero de los dedos que tiene Pedro, no es evidente que el numero de sus dedos mas 3, es lo mismo que $n+3$? *D.* Está claro. *M.* El numero de los dedos que tiene Pedro +3; no es lo mismo que $n+3$? *D.* Sí señor. *M.* El numero de los dedos que tiene Pedro +3; no es lo mismo que 23? *D.* Así se supone en el Problema. *M.* Luego (axioma 7^o de el Dialogo 78) $n+3$ es lo mismo que 23? *D.* No hay duda. *M.* Siendo $n+3$ lo mismo que 23, tendrémos esta equacion $n+3=23$.

○ En la dicha equacion $n+3=23$ la incognita n quanto vale? *D.* 20. *M.* Hagamos una

reflexión. No hemos procedido en el supuesto de que n es el numero de los dedos que tiene Pedro? *D.* Sí señor. *M.* No dices que n vale 20? *D.* Sí señor. *M.* Luego Pedro tiene 20 dedos.

D. Verdaderamente que quedo admirado de la sutileza, facilidad, brevedad, è infalibilidad de el methodo de que v. m. se ha servido para indagar lo que quería saberse.

M. Observa lo que practico para resolver los Problemas siguientes.

PROBLEMA 2º.

Encontrar un numero tal, que el mas 2 sea = à el numero 9.

Supongamos que el numero que se busca es n . Claro está que el numero que se busca mas 2 será $n + 2$. El Problema dice, que el numero que se busca + 2, ha de ser (ò es) = à el numero 9; luego tendrèmos esta equacion $n + 2 = 9$.

En la dicha equacion $n + 2 = 9$ la incognita n quanto vale? *D.* 7. *M.* Pues 7 es el numero que se busca, ò pide.

PRO-

PROBLEMA 3º.

Encontrar un numero tal , que la suma de dicho numero , y de el numero 4 sea 10.

Supongamos que el numero que se busca es n . Claro está que la suma de el numero que se busca , y de el numero 4 sera $n+4$. El Problema dice , que la suma de el numero que se busca , y de el numero 4 ha de ser 10 , luego $n+4=10$.

En la dicha equacion la incognita n quanto vale ? D. 6. M. Pues 6 es el numero que se busca ? D. No hay duda , pues 6 sumado con 4 hace 10 , que es la condicion de el Problema.

PROBLEMA 4º.

Si à las pesetas que tiene Pedro se añadiesen 10 , tendria 30 , pregunto quantas pesetas tiene Pedro?

Supongamos que el numero de las pesetas que tiene Pedro es n . Claro está que si à las pesetas que tiene se añadiesen 10 , tendria $n+10$. El Problema dice , que si à las
pe-

pesetas que tiene Pedro se añadiesen 10, tendría 30; luego $n + 10 = 30$.

En la dicha equacion la incognita n quanto vale? *D.* 20. *M.* Pues 20 pesetas tiene Pedro. Si à 20 pesetas se añaden 10, se tendrá 30, que es en resumen la condicion de este Problema.

PROBLEMA 5^o

Si al duplo de los reales que tiene Juan se añadiesen 6, tendría 26, pregunto quantos reales tiene Juan?

Supongamos que lo que se busca es n ; esto es, supongamos que el numero de los reales que tiene Juan es n . Claro está que $2 \times n$, ó bien $2n$ será el duplo de los reales que tiene Juan. Tambien está claro, que $2n + 6$ reales serán el duplo de los reales que tiene Juan mas 6 reales. El Problema dice, que el duplo de los reales que tiene Juan mas 6, hacen 26; luego $2n + 6 = 26$.

En la dicha equacion la incognita n quanto vale? *D.* 10. *M.* Pues 10 son los reales que tiene Juan.

PRO:

PROBLEMA 6^o.

Encontrar un numero tal , que quitando de su duplo el numero 6, queden 14.

Supongamos que el numero que se pide, o busca es n . Claro está que el duplo de el numero que se busca es $2n$. Si de el duplo de el numero que se busca quitamos el numero 6, tendríamos $2n-6$. Dice el Problema, que si de el duplo de el numero que se busca quitamos 6, quedarán 14; luego $2n-6=14$.

En la dicha equacion $2n-6=14$ la incognita n quanto vale? D. 10. M. Pues 10 es el numero que se busca.

PROBLEMA 7^o.

*Veinte y cinco años cabales
Hacen la mitad, y el tercio
De los años con que me hallo,
Maestro mio, quantos tengo?*

M. Supongamos que los años que tienes son n . La mitad, y el tercio de los años que tienes es $\frac{n}{2} + \frac{n}{3}$. La mitad, y el tercio de los años que tienes es (segun dices) 25; luego

$\frac{n}{2} + \frac{n}{3} = 25$. En la dicha equacion la incognita n quanto vale? D. 30. M. Pues 30 años tienes.

PROBLEMA 8º.

Si à la mitad de los Soldados que en su Compañia tiene un Capitan se añadiesen 8, tendríamos 38, pregunto quantos Soldados tiene en su Compañia el Capitan?

Supongo que los Soldados que en su Compañia tiene el Capitan son n . Claro está que la mitad de los Soldados son $\frac{n}{2}$. Tambien está claro, que si à la mitad de los Soldados se añadiesen 8, se tendrían $\frac{n}{2} + 8$. Si à la mitad de los Soldados se añadiesen 8, se tendrían (dice el Problema) 38; luego $\frac{n}{2} + 8 = 38$.

En la dicha equacion la incognita n quanto vale? D. 60. M. Pues 60 son los Soldados que en su Compañia tiene el Capitan.

Has de repasar en el dia de oy los Dialogos 63, 64, y 65.

DIALOGO 84.

PROBLEMA 9^o.

*Encontrar un numero tal , que sus $\frac{4}{5}$ menos,
el numero 3, sea 9.*

Si se supone que el numero que se busca es n , claro está que $\frac{n}{5}$ será un quinto de el numero que se busca. Tambien está claro, que $4X\frac{n}{5}$, ó bien $\frac{4n}{5}$ serán los $\frac{4}{5}$ de el numero que se busca. Asi mismo está claro, que $\frac{4n}{5}-3$ serán los $\frac{4}{5}$ de el numero que se busca menos 3; pero como los $\frac{4}{5}$ de el numero que se busca menos 3, ha de ser (segun dice el Problema) 9, será $\frac{4n}{5}-3=9$. En la dicha equation la incognita n quanto vale? D. 15. M. Pues 15 es el numero que se busca; esto es, 15 es el numero que sus $\frac{4}{5}$ menos el numero 3 hace 9.

PROBLEMA 10.

Preguntado un Pastor quantas Vacas guardaba, respondió lo siguiente.

Si à la mitad de las Vacas

Que guardo, cincuenta y quatro

Se añaden, tendria el duplo

De las Vacas que aquí guardo.

Pre-

Preguntase quantas Vacas guardaba el Pastor

Supongamos que el numero de las Vacas que el Pastor guardaba es n . La mitad de las Vacas que guardaba el Pastor mas 54 es $\frac{n}{2} + 54$. El duplo de las Vacas que guardaba el Pastor es $2n$. La mitad de las Vacas que guardaba el Pastor mas 54 (que como queda dicho es $\frac{n}{2} + 54$) debe ser $=$ (segun dice el Problema) à el duplo de las Vacas que guardaba el Pastor (que como queda dicho es $2n$) luego $\frac{n}{2} + 54 = 2n$.

En la dicha equacion la incognita n quanto vale? *D.* 36. *M.* Por suposicion es n el numero de las Vacas que guardaba el Pastor. Es n , segun hemos visto, 36; luego el numero de las Vacas que guardaba el Pastor es 36.

PROBLEMA II.

Encontrar un numero tal, que multiplicando su mitad por su tercio, y añadiendo, à este producto el duplo de el tal numero, sea la suma $=$ à el quadruplo de el tal numero.

Supongo que el numero que se busca es

n .

Claro está que el producto de su mitad $\frac{n}{2}$, por su tercio $\frac{n}{3}$, es $\frac{n^2}{6}$. También está claro, que el duplo de dicho numero es $2n$. Así mismo está claro, que el quadruplo de dicho numero es $4n$. El producto de la mitad de el tal numero por el tercio de el tal numero, mas el duplo de el tal numero, es $\frac{n^2}{6} + 2n$; pero como esto ha de ser = (segun dice el Problema) à el quadruplo de el tal numero, se tendrá $\frac{n^2}{6} + 2n = 4n$.

En la dicha equacion la incognita n quanto vale? D. 12. M. Pues 12 es el numero que se busca.

PROBLEMA 12.

Si Ticio dos años menos

De los que tiene tuviera,

Tendria 13, y el tercio

Y el quarto de los que cuenta.

Preguntase quantos años tiene Ticio?

La equacion que comprehende, ò abraza todas las circunstancias de el Problema es esta $x - 2 = 13 + \frac{x}{3} + \frac{x}{4}$. En la dicha equacion la incog-

cognita n quanto vale ? D. 36. M. Pues 36 años tiene Ticio.

PROBLEMA 13.

Encontrar un numero tal, que su mitad mas 22 haga tanto, como su triplo menos 8.

La equacion correspondiente al Problema (supuesto que sea n el numero que se busca) es esta $\frac{n}{2} + 22 = 3n - 8$. En la dicha equacion la incognita n quanto vale ? D. 12. M. Pues 12 es el numero que se busca.

PROBLEMA 14.

Buscar un numero tal, que la mitad de su cubo sea = à 4 quadrados de el tal numero.

Sea n el numero que se busca. Su cubo será $n \times n \times n$, ò bien n^3 . La mitad de su cubo será $\frac{n^3}{2}$. El quadrado de el tal numero n es n^2 , y los 4 quadrados de el tal numero n es $4n^2$. El Problema dice, que la mitad de el cubo de el numero que se busca (que como se ha dicho es $\frac{n^3}{2}$) ha de ser = à 4 quadrados de el nu-

numero que se busca (que como se ha dicho es $4n^2$) luego $\frac{n^3}{2} = 4n^2$.

En la dicha equacion la incognita n quanto vale? *D.* 8. *M.* Pues el numero que se busca es 8.

PROBLEMA 15.

Encontrar un numero, que su duplo mas 4 sea = à su tercio mas 24.

En esta equacion $2n+4=\frac{n}{3}+24$ (que es la que corresponde à el Problema) la incognita n quanto vale? *D.* 12. *M.* Pues 12 es el numero que se busca.

PROBLEMA 16.

Encontrar un numero tal, que su quadruplo sea = à los $\frac{2}{5}$ de el tal numero, mas el numero 2.

En esta equacion $4n=\frac{2n}{5}+2$ (que es la que corresponde à el Problema) la incognita n quanto vale? *D.* $\frac{5}{9}$. *M.* Pues el numero que se busca es $\frac{5}{9}$.

Repasa en este dia los Dialogos 66, 67,
C 68,

68, y 69, y no dexes de executar lo, aunque presumas no tener necesidad de ello.

D I A L O G O 85.

D. En resumen, Maestro mio, para resolver un Problema se hacen dos cosas. La primera es formar, ò plantear la equacion correspondiente à el Problema; y la segunda indagar lo que vale la incognita en dicha equacion. *M.* Para formar, ò plantear la equacion correspondiente à el Problema, no se puede dar regla general. Para indagar lo que vale la incognita en la equacion sí, y es practicar lo que se dixo en los ocho preceptos que contiene la Regla general puesta en el Dialogo 79. Esto se entiende si la equacion es simple, y no se encuentra en ella termino irracional.

Aunque no se puede dar regla general (como queda dicho) para formar, ò plantear la equacion correspondiente à un Problema, pues esto se logra penetrando las circunstancias de él, y nadie puede dar regla para que por su medio penetre otro las circunstancias.

circunstancias de el Problema , nó desprecies lo que sigue.

Quando yo quiero resolver un Problema, lo primero que hago es poner una letra en lugar de la cantidad que se va à buscar. Lo segundo reflexionar, que es lo que se me dá conocido para encontrar lo que se pide. Voy discurriendo por todas las circunstancias que el Problema expresa, hasta encontrar una equacion que las abraçe. Esta equacion la traslado de el entendimiento à el papel por medio de los correspondientes signos de +, X, = &c, y así que tengo escrita la equacion correspondiente à el Problema, paso à buscar lo que en ella vale la letra, sirviendome para ello de lo que contiene el citado Dialogo 79.

PROBLEMA 17.

Judas Machabeo envió à el Templo de Jerusalem tantas dragmas de plata, que su mitad, mas su tercio, mas su quarto, componen 13000, pregunto quantas dragmas envió Judas?

D. Sean n las dragmas, que envió Judas

à el Templo. Su mitad, su tercio, más el
quarto (que es $\frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \frac{n}{4}$) componen 13000
(dice el Problema) luego $\frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \frac{n}{4} = 13000$.

En la dicha equacion n vale 12000; luego
12000 dragmas envió Judas à el Templo
de Jerusalen.

PROBLEMA 18.

*Pasando un Caballero por una pradería encon-
tró à un Pastor de Ovejas, y le dixo: Díe-
te guarde Pastor de 48 Ovejas.*

*Muy bien dirias, Señor,
Si la mitad mas tuviera
Le respondió al Caballero
El Pastor con sutileza.*

Dime, Dícipulo querido, quantas Ovejas
tenia el Pastor?

D. Sean n las Ovejas que tenia el Pastor. Si
à las n Ovejas que tenia, se añaden $\frac{n}{2}$, que es
la mitad, se tendrá $n + \frac{n}{2}$, y como esto ha de
ser 48 (segun dice el Problema) tendrémolo
 $n + \frac{n}{2} = 48$.

En la dicha equacion n vale 32. Digo pues,
que el Pastor tenia 32 Ovejas.

En

En cada Problema, que resuelvo, comprehendo, Maestro mio, que la mayor dificultad para resolver un Problema está en plantear la equacion correspondiente.

PROBLEMA 19.

Dame un numero tal, que el duplo de su quadrado sea = à el triplo de su cubo.

D. Sea n el numero que se pide. El duplo de su quadrado, que es $2n^2$, es = a el triplo de su cubo, que es $3n^3$, dice el Problema; luego $2n^2 = 3n^3$.

En la dicha equacion n vale $\frac{2}{3}$. Digo pues, que el numero que se busca, ò pide es $\frac{2}{3}$.

PROBLEMA 20.

Por una tabla, que pintó Aristide, dió el Rey Atalo tantos talentos como importan su mitad, su quarto, su decimo, y 15; pregunto quantos talentos dió el Rey por la tabla?

D. Sea n el numero de los talentos que dió
cl

el Rey por la tabla. La mitad, el quarto, el decimo, y 15 es $\frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \frac{n}{10} + 15$. El Problema dice, que los n talentos, que dió el Rey por la tabla, importan tanto como su mitad, mas su quarto, mas su decimo, mas 15; luego $n = \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \frac{n}{10} + 15$.

En la dicha equacion n vale 100. Digo pues, que el Rey dió por la tabla 100 talentos.

PROBLEMA 21.

Desde las plantas de los pies hasta las rodillas tengo dos palmos. Desde las rodillas hasta el remate superior de la cabeza tengo las tres quartas partes de toda mi altura; pregunto quanta es mi altura?

D. Sea n el numero de los palmos de toda la altura de v.m. Siendo la altura de v.m., segun lo supuesto, n palmos, y siendo la altura de v. m., segun dice el Problema, 2 palmos, y mas las tres quartas partes de toda su altura n palmos, tendrémós $n = 2 + \frac{3n}{4}$.

En la dicha equacion n vale 8. Digo pues, que v. m. tiene 8 palmos de altura.

PRO-

PROBLEMA 22.

Qué numero es aquél, que él mas su mitad hace tanto, como su quarto mas 20?

D. 16.

$$n + \frac{n}{2} = \frac{n}{4} + 20.$$

PROBLEMA 23.

Hay un numero, que si le multiplicas por su quarto, y el producto por el tercio de el tal numero, encontrarás por producto tanto como resulta multiplicando la mitad de el tal numero por el septimo de el tal numero. Dicipulo mio, búscame el tal numero.

D. Sea n el tal numero. Multiplicado por su quarto, que es $\frac{n}{4}$, resulta $\frac{n^2}{4}$. Multiplicando este producto $\frac{n^2}{4}$ por el tercio de el tal numero n , que es $\frac{n}{3}$, resulta $\frac{n^3}{12}$. Este producto $\frac{n^3}{12}$ hace tanto (dice el Problema) como resulta multiplicando la mitad de el tal numero n , que es $\frac{n}{2}$, por el septimo de el tal numero n , que es $\frac{n}{7}$; luego $\frac{n^3}{12} = \frac{n}{2} \times \frac{n}{7}$, ò bien $\frac{n^3}{12} = \frac{n^2}{14}$. En

En la dicha equacion n vale $\frac{12}{14} = \frac{6}{7}$. Digo pues, que el tal numero es $\frac{6}{7}$.

PROBLEMA 24.

La mitad de el numero de Coros de trigo, que cada año daba à el Rey Hiram Salomón, hace tanto como el quinto de el tal numero de Coros, junto con 6000; pregunto quantos Coros de trigo daba Salomón cada año al dicho Hiram?

D. 20000.

$$\frac{n}{2} = \frac{n}{5} + 6000.$$

NOTA.

M. En lo que executas para resolver un Problema, puedes padecer alguna equivocacion. Para que puedas conocer si la has padecido, ò no, te doy la siguiente

REGLA GENERAL.

Mira si el numero que has encontrado tiene las circunstancias, que el Problema pide. Si esto se verifica, es señal infalible de que no cometiste yerro; pero si no se verifica,
es

es señal infalible de que en la operacion te equivocaste.

D. A el Problema 24 respondí, que Salomón daba cada año 20000 coros. Exâmino de esta manera si el dicho numero 20000 tiene las circunstancias, que el Problema pide. La mitad de 20000 son 10000, y porque estos 10000 hacen tanto como 4000 (que es el quinto de 20000) junto con 6000, digo que el numero 20000 tiene las condiciones, que el Problema pide, y por consiguiente puedo decir que es cierto, que no cometí yerro en la resolucion de el Problema.

M. Repasa oy los Dialogos 70, 71, y 72.

DIALOGO 86.

PROBLEMA 25.

Si la tercera parte de los reales porque vendió à Christo Judas, la multiplicas por la mitad de los reales porque fue vendido nuestro Señor, encontrarás tanto como importa el producto que resulta multiplicando por 5 el numero de los reales porque fue Christo ven-

vendido; pregunto por quantos reales fue vendido el que nos ha de juzgar?

D. Si suponemos que es n el numero de los reales porque fue vendido el que nos ha de juzgar, y atendemos à lo que dice el Problema, tendrèmos $\frac{n}{3} \times \frac{n}{2} = 5 \times n$, ò bien $\frac{n^2}{6} = 5n$.

En la dicha equacion n vale 30. Digo pues, que por 30 reales fue vendido el que nos redimió. *M.* dices bien, pues multiplicando el tercio de 30 por la mitad de 30, resulta tanto como multiplicando por 5 el dicho 30; esto es, $\frac{30}{3} \times \frac{30}{2} = 5 \times 30$, que es la condicion de el Problema.

PROBLEMA 26.

Alexandro Magno dió à Aristoteles, para que adelantára la Filosofia, no me acuerdo que numero de reales de à ocho; pero me acuerdo, que su mitad, su tercio, su quarto, su quinto, y su sexto importan 870000; pregunto quantos reales de à ocho dió Alexandro à Aristoteles?

D. 600000. $\frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \frac{n}{4} + \frac{n}{5} + \frac{n}{6} = 870000$. Cantidad suficiente para adelantar las Mathematicas en España.

PRO.

PROBLEMA 27.

Para tener 100 pesos me faltan tantos cuántos son la mitad de los que tengo, menos 8, pregunto quantos pesos tengo?

D. Sea n el numero de los pesos que v. m. tiene. Para que v. m. tenga 100 pesos le faltan 100 pesos, menos los que tiene; esto es, para tener 100 pesos le faltan $100 - n$, y como esto es lo mismo (segun dice el Problema) que la mitad de los n pesos, que tiene v. m. menos 8 (que es $\frac{n}{2} - 8$) tendremos $100 - n = \frac{n}{2} - 8$.

En la dicha equacion n vale 72. Digo pues, que v. m. tiene 72 pesos. *M.* Y dices bien, pues teniendo 72, para tener 100 me faltan 28, que son tantos como la mitad de los 72 que tengo, menos 8.

PROBLEMA 28.

Si los ducados que daré por dote à mi hija, les multiplicas por sí mismos, encontrarás por producto un numero = à el numero de los ducados que daré por dote à mi hija; pregunto quantos ducados daré por dote à mi hija?

D. 1.

$n \times n = n$, ò bien $n^2 = n$.

PROBLEMA 29.

Hicieronse tres trozos de un Cochino. El trozo de la cabeza pesó la sexta parte de lo que pesó todo el Cochino. El trozo de en medio pesó la tercera parte de lo que pesó todo el Cochino. El trozo de la cola pesó 42 libras; pregunto quantas libras pesó el Cochino?

D. Supongamos que el Cochino pesó n libras. Claro está que el trozo de la cabeza pesó $\frac{n}{6}$, y que el trozo de en medio pesó $\frac{n}{3}$. Lo que pesaron los tres trozos es $\frac{n}{6} + \frac{n}{3} + 42$, y como esto hace todo el Cochino, ò bien pesa tanto como las n libras que pesó todo el Cochino, tendrèmos $\frac{n}{6} + \frac{n}{3} + 42 = n$.

*E*n la dicha equacion lo que vale n es 84. Digo pues, que el Cochino pesó 84 libras.

PROBLEMA 30.

En un Quartél hay algunos Soldados. A estos se agregaron 36. De allí à un rato marcharon la mitad de todos. Despues volvieron 4. Ahora hay en el Quartél 5 Soldados mas de los que primeramente habia; pregunto quan-

ros Soldados habia en el Quartél antes de agregarse los 36?

D. Sea n el numero de los Soldados que primeramente habia en el Quartél. Si à estos se agregan 36, tendrèmos $n + 36$. La mitad de estos $n + 36$, que es $\frac{n+36}{2}$, se marcharon (dice el Problema) luego quedaron $n + 36 - \frac{n+36}{2}$, ò bien $\frac{n+36}{2}$. Agregando à estos los 4 que despues volvieron, tendrèmos $\frac{n+36}{2} + 4$ Soldados, que son los que ahora hay en el Quartél. Ahora hay en el Quartél 5 Soldados mas de los n , que primeramente habia; esto es, ahora hay en el Quartél $n + 5$; luego $\frac{n+36}{2} + 4 = n + 5$.

En la dicha equacion n vale 34. Digo pues, que son 34 los Soldados que primeramente habia en el Quartél. *M.* Y dices bien, pues $34 + 36$ son 70, de quien quitando la mitad 35 quedan 35, à quien añadiendo 4 hacen 39, que es lo mismo que $34 + 5$.

PROBLEMA 31.

Si me das 100 pesetas, dixo Pedro à Juan, te daré la mitad de mi caudal. Verificado esto dixo

dixo Pedro à Juan, si me das 100 pesetas te daré la mitad de mi caudal. Verificado esto dixo Pedro à Juan, si me das 100 pesetas te daré la mitad de mi caudal. Verificado esto se encontró Pedro con 2100 pesetas; pregunto quantas pesetas tenia Pedro antes de hablar con Juan?

D. Supongo que es n el numero de las pesetas que tenia Pedro antes de hablar con Juan. Pedro después de haber recibido las 100 pesetas, que en la primera vez le dió Juan, tendria $n + 100$, y dando à Juan la mitad de este caudal, que es $\frac{n}{2} + 50$, le quedaria à Pedro otro tanto.

Quando con Juan habló la segunda vez Pedro, tenia este $\frac{n}{2} + 50$. Si à esta cantidad se añaden las 100 pesetas, que en la segunda vez dió Juan à Pedro, se tendrán $\frac{n}{2} + 50 + 100$, ò bien $\frac{n}{2} + 150$, que es el caudal de Pedro. Tenia Pedro $\frac{n}{2} + 150$; pero como dió la mitad (que es $\frac{n}{4} + 75$) a Juan, le quedó la otra mitad.

Quando empezó à hablar con Juan la tercera vez Pedro, tenia este $\frac{n}{4} + 75$. Dióle Juan 100; luego Pedro tenia $\frac{n}{4} + 75 + 100$; es-

to es, $\frac{n}{4} + 175$. La mitad de esto, que es $\frac{n}{8} + \frac{175}{2}$, dió Pedro à Juan; luego à Pedro quedó $\frac{n}{8} + \frac{175}{2}$.

Despues de haber hablado con Juan las tres veces Pedro, tenia este $\frac{n}{8} + \frac{175}{2}$. Despues de haber hablado con Juan las tres veces Pedro, tenia este (segun dice el Problema) 2100 pesetas; luego $\frac{n}{8} + \frac{175}{2} = 2100$.

En la dicha equacion n vale 16100. Digo pues, que 16100 pesetas tenia Pedro antes de hablar con Juan.

M. Repasa oy los Dialogos 73, 74, y 75.

DIALOGO 87.

PROBLEMA 32.

Pedro dexó 1367 pesos à su muger preñada, y en su testamento esta clausula. Si mi muger pare hijo, quiero que à este se le dé el duplo que à la madre; pero si pare hija, quiero que à esta se la dé la mitad que à su madre. Muerto Pedro, parió su muger hijo, è hija; pregunto quanto se ha de dar à la hija?

D.

D. Supongamos que sea n el numero de los pesos, que corresponden à la hija. A la madre (pues la voluntad de el testador parece que es el que la hija perciba la mitad que la madre, ò bien que à la madre se la dé el duplo, que à la hija) la corresponden $2n$, y à el hijo $4n$, porque de la clausula de Pedro se infiere, que su voluntad no era otra que la de dexar à el hijo el doble, que à la madre. Dando pues à la hija n pesos, à la madre $2n$, y à el hijo $4n$, percibirian entre los tres $n+2n+4n$, ò bien $7n$ pesos; pero como esto ha de componer todo el caudal que dexó Pedro, que es 1367 pesos, se tendrá $7n=1367$.

En la dicha equacion n vale $195\frac{2}{7}$. Digo pues, que à la hija se la deben dar 195 pesos, y $\frac{2}{7}$.

PROBLEMA 33.

Santo mio, dixes (supongo) à San Vicente, si me duplicais el caudal os regalaré 5 doblones. Verificado este dicho, me fui à San Antonio, y le dixes, Santo mio, si me duplicais el caudal os regalaré 5 doblones. Verificado este dicho, me fui à San Joseph, y le dixes,
San-

Santo mio, si me duplicais el caudal os regalaré 5 doblones. Verificado este dicho me encontré sin dinero. Dicipulo querido, quantos doblones tenia antes de hablar con San Vicente?

D. Sean n los doblones que v. m. tenia antes de hablar con San Vicente. Despues que este Santo le duplicó à v. m. el caudal, tenia v. m. $2n$, y despues de haberle regalado los 5 doblones se encontraba v. m. con $2n-5$.

Quando v. m. empezó à hablar con San Antonio tenia $2n-5$. Despues de haberle duplicado el Santo el dicho caudal $2n-5$, tenia v. m. $4n-10$, y despues de haberle v. m. regalado los 5 doblones, le quedó à v. m. $4n-10-5$, ò bien $4n-15$.

Quando v. m. entró à hablar con San Joseph tenia $4n-15$. Despues de haberle duplicado el Santo el dicho caudal $4n-15$, tenia v. m. $8n-30$, y despues de haber regalado à el Santo los 5 doblones, le quedó à v. m. $8n-30-5$, ò bien $8n-35$.

Despues de haber hablado con los tres Santos tenia v. m. $8n-35$. Despues de haber hablado con los tres Santos, no tenia v. m.

D

cosa

cosa alguna, ò bien (digamoslo así) se encontró con cero; luego $8n - 35 = 0$.

En la dicha equacion n vale $\frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}$; luego v. m. quando empezó à hablar con San Vicente tenia 4 doblones y $\frac{3}{8}$.

PROBLEMA 34.

Un Mercader vende la vara de paño à 26 reales, la de tafetán à 40, y la de terciopelo 50. Pedro quiere emplear 1160 reales en las tres especies dichas, y quiere tantas varas de la una, como de la otra. Dime, Dicipulo mio, quantas varas se le deben dar de paño.

D. Sea n el numero de las varas de paño que se deben dar à Pedro. Como à Pedro (segun dice el Problema) se le han de dar tantas varas de paño, quantas se le dén de tafetán, y quantas se le dén de terciopelo, deberán darse à Pedro n varas de tafetán, y n varas de terciopelo.

El importe de las n varas de paño que se deben dar à Pedro es $n \times 26 = 26n$. El importe de las n varas de tafetán que se deben dar à Pedro es $n \times 40 = 40n$. El importe de las

varas

varas de terciopelo que se deben dar à Pedro es $n \times 50 = 50n$. El total de los tres dichos importes es $26n + 40n + 50n$, ò bien $116n$. El total de los tres dichos importes es 1160 reales; luego $116n = 1160$.

En la dicha equacion n vale 10. Digo que à Pedro se le deben dar 10 varas de paño. *M.* Y dices bien; pues las 10 varas de paño importan 260 reales. Las 10 varas de tafetán importan 400 reales, y las 10 varas de terciopelo importan 500 reales, cuyos tres importes hacen los 1160 reales, que Pedro empleó, ò quiere emplear en los tres generos.

PROBLEMA 35.

Encontrar un numero tal, que su duplo sea igual à su mitad.

D. Supongamos que el numero que se busca es n . Claro está que su duplo es $2n$, y que su mitad es $\frac{n}{2}$, y como el Problema dice que el duplo de el tal numero n ha de ser $=$ à su mitad, tendremos $2n = \frac{n}{2}$.

Maestro mio, Maestro mio, ò aquellos ocho preceptos, que están en el Dialogo 79,

no son suficientes para encontrar lo que vale la incognita en qualquiera equacion simple, ò encierra algun misterio el haberme v. m. propuesto este Problema, pues yo por mas que en la dicha equacion (que es la que corresponde à el Problema) he practicado lo que los dichos ocho preceptos dicen, no he sabido encontrar lo que vale *n. M.* Dime, de la dicha equacion (despues de haber practicado lo que dice el precepto 4^o) no resulta $4 = 1$? *D.* Sí señor. *M.* Y esto no es un absurdo? *D.* Claro está. *M.* Pues

R E G L A G E N E R A L.

Quando de la equacion correspondiente à un Problema resulta un absurdo, es señal infalible de que el Problema es imposible; esto es, es señal infalible de que no hay numero, ò cantidad alguna, que tenga las condiciones, ò circunstancias que refiere el Problema. *D.* Y en efecto en donde hallaremos un numero, que multiplicado por 2, sea tanto como partido por 2? En donde hallaremos una bolsa con tal cantidad de pesetas, que

que metiendo otras tantas cómo las que hay, resulten tantas pesetas como resultarian, si, de las pesetas que primeramente habia en la bolsa, se sacasen la mitad?

M. No hay duda en que es imposible, ò en que es falso, que $4 \text{ sca} = 1$. Este imposible, ò esta falsedad resulta de suponer que $2n \text{ es} = \frac{n}{2}$; luego esta suposicion es falsa. Esta suposicion falsa resulta de la condicion de el Problema; luego la condicion de el Problema es falsa; luego es falso el que haya un numero, en quien pueda verificarse la condicion de el Problema.

Explicome de otra suerte. La equacion correspondiente à el Problema es esta. . $2n = \frac{n}{2}$

$$4n = \frac{2n}{\frac{1}{2}}$$

$$4n = n$$

$$\text{ò } 4n - n = 0$$

$$3n = 0$$

$$n = \frac{0}{3}$$

la qual es lo mismo que esta. . . . $n = 0$

Con lo que dirémos, que en la equacion $2n = \frac{n}{2}$ el valor de la incognita n es cero. En la dicha equacion $2n = \frac{n}{2}$ (que es la que corresponde à el Problema, pues contiene la

cir-

circunstancia, ò condicion que él expresa el valor de la incognita n es (como acabamos de ver) cero; esto es, acabamos de ver que la incognita n no tiene valor. La incognita n es $=$ à el numero que en el Problema se busca; luego el numero que en el Problema se busca no tiene valor alguno; luego no hay numero que tenga la condicion, que el Problema expresa. *D.* Hemos visto que es la equacion correspondiente à el Problema n es $=$ cero, n es el numero que en el Problema se busca; luego el numero que en el Problema se busca es cero, ò bien ninguno. *M.* En el cero se verifica la condicion de el Problema; esto es, en el cero se verifica el que su duplo sea $=$ à su mitad, pues $2 \times 0 = \frac{0}{2} = 0$.

PROBLEMA 36.

La mitad, el tercio, el quinto, el duplo, el triplo, y el quadreple de los reales que tengo, són 903; pregunto quantos reales tengo

D. 90. $\frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \frac{n}{5} + 2n + 3n + 4n = 903$

M. Debes en el dia de oy repasar los Dialogos 76, y 77.

DIA-

DIALOGO 88.

EL PROBLEMA 37.

Salió de Barcelona un Peregrino con cierto numero de reales. Entró en Zaragoza con el mismo caudal, gastó en esta Ciudad la mitad de lo que sacó de Barcelona; pero pidiendo limosna, despues de haber saludado à la Soberana Reyna de el Pilar, recogió 20 reales. Pasó à Burgos, en donde gastó la quarta parte de su caudal; pero despues de haber visitado à el Santo Cristo, recogió mendigando 15 reales. De mi patria Burgos fue à Pamplona, en donde gastó el tercio de su dinero; pero despues de haber visitado à San Fermin, recogió 16 reales. Marchóse à Madrid, en donde consumió la sexta parte de lo que tenia. Salióse de Madrid. Gastó por el camino 5 reales. Entró en Barcelona. Recogió en esta Capital 18 reales. Metióse en su casa, y contando los reales que tenia, halló el duplo de los que tenia quando principió su viage. Dicipulo mio, dime con quantos reales se salió el Peregrino de Barcelona?

D.

D. Aunque parece que v. m. ha púesto particular estudio para alargarse en la proposicion, presumo que sabré separar la paja de el grano, y por consiguiente responder acertadamente à la pregunta.

Sea n el numero de reales con que el Peregrino marchó de Barcelona. En Zaragoza (dice el Problema) gastó la mitad, que es $\frac{n}{2}$; luego le quedaron $n - \frac{n}{2} = \frac{n}{2}$. Le quedaron $\frac{n}{2}$, pero recogió 20 reales; luego quando el Peregrino se salió de Zaragoza tenia $\frac{n}{2} + 20$.

El Peregrino entró en Burgos con $\frac{n}{2} + 20$ reales. Gastó en Burgos la quarta parte; esto es, gastó en Burgos $\frac{n}{8} + 5$ (que es la quarta parte de $\frac{n}{2} + 20$) luego le quedó $\frac{n}{2} + 20 - \frac{n}{8} - 5$, ò bien $\frac{n}{2} + 15 - \frac{n}{8}$, ò bien $\frac{n}{2} - \frac{n}{8} + 15$, ò bien (reduciendo à un comun denominador) $\frac{4n}{8} - \frac{2n}{8} + 15$, ò bien $\frac{2n}{8} + 15$, ò bien $\frac{1}{4}n + 15$; esto es, le quedó $\frac{1}{4}n + 15$; pero como en la misma Ciudad de Burgos recogió 15 reales, tendria quando se salió de Burgos $\frac{1}{4}n + 15 + 15 = \frac{1}{4}n + 30$ reales.

Entró el Peregrino en Pamplona con $\frac{1}{4}n + 30$ reales. En Pamplona gastó la tercera parte; esto es, en Pamplona gastó el tercio de

de $\frac{3n}{8} + 30$, que es $\frac{n}{8} + 10$. Entró en Pamplona, como he dicho, con $\frac{3n}{8} + 30$. Gastó en Pamplona, como he dicho, $\frac{n}{8} + 10$; luego le quedó $\frac{3n}{8} + 30 - \frac{n}{8} - 10 = \frac{3n}{8} + 20 - \frac{n}{8} = \frac{2n}{8} + 20$; pero como en la misma Ciudad de Pamplona recogió 16 reales; tendria quando se salió de Pamplona $\frac{2n}{8} + 20 + 16 = \frac{2n}{8} + 36$ reales.

Entró en Madrid el Peregrino con $\frac{2n}{8} + 36$ reales. En Madrid (dice el Problema) gastó la sexta parte, que es $\frac{2n}{48} + 6$; luego le quedaron $\frac{2n}{8} + 36 - \frac{2n}{48} - 6 = \frac{2n}{8} + 30 - \frac{2n}{48} = \frac{56n}{48} - \frac{16n}{48} + 30 = \frac{40n}{48} + 30$.

Quando se salió de Madrid el Peregrino tenia $\frac{40n}{48} + 30$, y como por el camino gastó 5 reales, le quedaron $\frac{40n}{48} + 30 - 5 = \frac{40n}{48} + 25$.

Entró en Barcelona con $\frac{40n}{48} + 25$. Recogió en Barcelona antes de entrar en su casa 18 reales; luego tendria $\frac{40n}{48} + 25 + 18 = \frac{40n}{48} + 43$ reales.

Quando estuvo en su casa el Peregrino tenia $\frac{40n}{48} + 43$, estos $\frac{40n}{48} + 43$ reales es = à el duplo de los reales (que es $2n$) con que se salió de Barcelona (segun dice el Problema) luego $\frac{40n}{48} + 43 = 2n$. En la dicha equacion n vale 24. Digo pues, que el Peregrino salió de Bar-

Barcelona con 24 reales. *M.* Dices que el Peregrino salió de Barcelona con 24 reales. Para formar la equacion correspondiente has practicado bastantes operaciones, y no estrañará (pues à mi me acaece con frecuencia) que en alguna de ellas te hubieses equivocado; y si esto se hubiese verificado, es cierto que no serian 24 los reales con que el Peregrino salió de Barcelona. Cómo harías pues para indagar si te has equivocado, ò no?

D. Salió de Barcelona (he dicho) con 24 reales. Gastó en Zaragoza la mitad; esto es 12, luego le quedaron 12, à quien añadiendo 20 que recogió, se tendrán 32. Entró en Burgos con 32 reales. Gastó la quarta parte; esto es 8, luego le quedaron 24, à quien añadiendo los 15 que recogió, se tendrán 39. Con 39 reales entró en Pamplona. Aquí gastó el tercio, que es 13, luego le quedaron 26. Añadiendo à estos 26 los 16 que recogió, se tendrán 42. Entró con 42 reales en Madrid. Aquí gastó la sexta parte, que son 7, luego le quedaron 35. Salió de Madrid con 35 reales. Gastó 5 por el camino, luego le quedaron 30, à quien añadiendo los 18 que recogió,

resultan 48. Entró en su casa el Peregrino con 48 reales; esto es el duplo de los 24 con que dixe salió de Barcelona; luego es cierto que el Peregrino sacó de Barcelona 24 reales.

PROBLEMA 38.

Encontrar un numero que sea = à su mitad, mas su tercio, mas su sexto.

D. Supongamos que el numero que se busca es n . Claro está que su mitad, mas su tercio, mas su sexto, será $\frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \frac{n}{6}$, y como el dicho numero ha de ser = a su mitad, mas su tercio, mas su sexto, (segun dice el Problema) tendremos $n = \frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \frac{n}{6}$.

Maestro mio, Maestro mio, yo no sé encontrar lo que vale la incognita n en la dicha equacion. *M.* La equacion correspondiente à el Problema es esta $n = \frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \frac{n}{6}$. De ella resulta (despues de haber practicado lo que dice el precepto 4^o de la Regla general puesta en el Dialogo 79) $36 = 18 + 12 + 6$, ò bien $36 = 36$.

Quando no se puede encontrar el valor de la incògnita en la equacion correspondiente à un Problema, y de dicha equacion resulta una cosa verdadera (como en el presente caso, pues es verdad que $36 \text{ es} = 36$) es señal infalible de que la incognita es $=$ à qualquiera cantidad; esto es, es señal infalible de que el Problema propuesto es un Theorema (que en el presente caso diria asi: Qualquiera cantidad es igual à su mitad, mas su tercio, mas su sexto) esto es, es señal infalible de que qualquiera numero tiene las condiciones que el Problema expresa.

D. Y en efecto el 72 es $=$ à su mitad, mas su tercio, mas su sexto, esto es $72 = \frac{72}{2} + \frac{72}{3} + \frac{72}{6}$.

El 24 es $=$ à su mitad, mas su tercio, mas su sexto, esto es $24 = \frac{24}{2} + \frac{24}{3} + \frac{24}{6}$.

El 43 es $=$ à su mitad, mas su tercio, mas su sexto, esto es $43 = \frac{43}{2} + \frac{43}{3} + \frac{43}{6}$.

El 90 es $=$ à su mitad 45, mas su tercio 30, mas su sexto 15.

M. No te canfes en ir buscando numeros, pues qualquiera numero hace tanto como la
suma

suma de su mitad, su tercio, y su sexto. Qualquiera valor, que des à la letra n , hallarás $n = \frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \frac{n}{6}$; pues $\frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \frac{n}{6} = \frac{18n}{36} + \frac{12n}{36} + \frac{6n}{36} = n$.

PROBLEMA 39.

Encontrar un numero, que sea igual à su mitad, mas su quinto.

D. Si suponemos que el numero, que se busca, es n , tendremos $n = \frac{n}{2} + \frac{n}{5}$. De esta equation resulta $10 = 7$. El ser 10 lo proprio que 7, es imposible; luego el Problema propuesto es imposible, y así respondo que no se puede dar un numero, que valga tanto como su mitad, mas su quinto.

M. Soy de parecer que por ahora no hay necesidad de echarte, ò proponerte mas Problemas. En otro lugar (si las circunstancias favorecen) hablaremos largamente.

Repasa oy los Dialogos 48, 49, y 17.

DIALOGO 89.

SUBSTITUCION.

M. En esta equation $4n - 3 = 17$ se quiere
subf-

substituir, ò poner s en lugar de n , cómo lo harías? *D.* Esto no tiene dificultad, de esta manera.

La equacion dada es. $4n-3=17$
ò bien. $4Xn-3=17$

pero como en lugar de n se ha

de poner s , tendrémós. $4X5-3=17$

ò bien. $20-3=17$

M. En esta equacion $4n-3=m$ se quiere poner $-s$ en lugar de n , cómo lo harías?

D. La equacion dada es. $4n-3=m$

ò bien. $4Xn-3=m$

pero como en lugar de n se ha

de poner $-s$, tendrémós. $4X-5-3=m$

ò bien. $-20-3=m$

M. En esta equacion $-4n=m+3$ se quiere substituir, ò poner s en lugar de n , cómo lo harías?

D. La equacion dada es. $-4n=m+3$

ò bien. $-4Xn=m+3$

pero como en lugar de n se

quiere poner s , tendrémós. $-4X5=m+3$

ò bien. $-20=m+3$

M. En esta equacion $-4n=m+7$ se quiere substituir $-s$ en lugar de n , cómo lo harías?

D.

D. La equacion dada es. $-4n=m+7$
 ò bien. $-4Xn=m+7$,
 pero como en lugar de n se
 quiere poner -5 , tendrèmos. $-4X-5=m+7$
 ò bien. $+20=m+7$

REGLA GENERAL.

Multiplicando el coeficiente de la incognita por la cantidad que se quiere poner, ò substituir en lugar de la incognita, resultará una cantidad $=$ à el termino incognito. *M.* Esto se verifica quando la incognita tiene por exponente à el numero 1. Veo, Dicipulo mio, que sabes lo que se debe practicar para substituir, ò poner una cantidad en lugar de otra; però como en esta operacion te quiero muy practico, antes de pasar adelante (en donde à cada paso nos serviremos de ella) pongo los exemplos que se siguen.

En esta equacion $3n=m$ se quiere substituir $8m-6$ en lugar de n , cómo lo harias?

D. La equacion dada es. $3n=m$
 ò bien. $3Xn=m$
 pero como en lugar de n se quiere

po-

poner $8m-6$, tendrémolos. . . . $3X_{8m-6}=8$

ò bien. $24m-18=8$

M. En esta equacion $m-9n=8$ se quiere poner, ò substituir $3-2m$ en lugar de n , cómo lo harías?

D. La equacion dada es. . . . $m-9n=8$

ò bien. $m-9Xn=8$

pero como en lugar de n se quie-

re poner $3-2m$, tendrémolos. $m-9X_{3-2m}=8$

ò bien. $m-27+18m=8$

M. En esta equacion $8m-6n=3$ se quiere substituir $\frac{7-9m}{5}$ en lugar de n , cómo lo harías?

D. La equacion dada es. . . . $8m-6n=3$

ò bien. $8m-6Xn=3$

pero como en lugar de n se quie-

re poner $\frac{7-9m}{5}$, tendrémolos. $8m-6X_{\frac{7-9m}{5}}=3$

ò bien. $8m-\frac{42+54m}{5}=3$

M. Qué resulta substituyendo $8+m$ en lugar de n en esta equacion $1n=m+8$? *D.* Resulta esta equacion $8+m=m+8$.

M. Qué resulta substituyendo $7-5m$ en lugar de n en esta equacion $-1n=3m-18$?

D. Esta equacion $-7+5m=3m-18$.

M. Qué resulta si se pone $m+4-2t$ en lugar

gar de n en esta equacion $10m = 3t + 2n - 16$?

D. Esta equacion $10m = 3t + 2m + 8 - 4t - 16$.

M. Qué resulta substituyendo $\frac{5m-8}{14}$ en lugar de n en esta equacion $3m + 24 = 2t + 8 - 4n + 9n$?

D. Esta equacion $3m + 24 = 2t + 8 - 4\frac{5m-8}{14} + 9\frac{5m-8}{14}$.

M. Qué resulta substituyendo $\frac{7m}{9}$ en lugar de n en esta equacion $\frac{3n}{5} = m + 8$?

D. Esta equacion $\frac{21m}{45} = m + 8$.

M. Qué resulta substituyendo $m-8$ en lugar de n en esta equacion $-3n - 8 = 4m$?

D. Esta equacion $-3m + 24 - 8 = 4m$.

M. Qué resulta substituyendo $m + \frac{3t}{2}$ en lugar de n en esta equacion $-5n = 31m + t$?

D. Esta equacion $-5m - \frac{15t}{2} = 31m + t$.

M. Repasá los Dialogos 59, 60, 61, y 62.

DIALOGO 90.

REGLA GENERAL

Para encontrar lo que vale cada una de las incognitas, que se hallan en quantas equaciones simples se quieran, como entre todas ellas se encuentren tantas distintas incogni-

E

tas,

tas, quantas son las equaciones, y como en ellas no se encuentre termino alguno irracional.

Lo 1.º Para mayor claridad ponganse las equaciones dadas en una linea recta, colocando en primer lugar la que se quiera.

En la primera equacion encuentrese el valor de la incognita que se quiera, tratando para esto à las otras incognitas como si fuesen cantidades conocidas.

Lo 2.º En cada una de las equaciones siguientes en lugar de la primera incognita pongase su valor encontrado en la primera equacion.

Lo 3.º En la segunda equacion encuentrese el valor de la incognita que se quiera, tratando para esto a las otras incognitas como si fuesen cantidades conocidas.

Lo 4.º En cada una de las equaciones siguientes en lugar de la segunda incognita pongase su valor encontrado en la segunda equacion.

Lo 5.º En la tercera equacion encuentrese el valor de la incognita que se quiera, tratando para esto à las otras incognitas como si fuesen cantidades conocidas.

Lo 6° En cada una de las equaciones siguientes, en lugar de la tercera incognita pongase su valor encontrado en la tercera equacion.

Lo 7° En la quarta equacion encuentrese el valor de la incognita que se quiera, tratando para esto a las otras incognitas como si fuesen cantidades conocidas.

Lo 8° En cada una de las equaciones siguientes en lugar de la quarta incognita pongase su valor encontrado en la quarta equacion.

Continuese como queda dicho hasta llegar à la ultima equacion.

Lo 9° en la ultima equacion encuentrese el valor de la incognita.

Lo 10 En cada una de las equaciones antecedentes en lugar de la ultima incognita pongase su valor encontrado en la ultima equacion.

Lo 11 En la penultima equacion encuentrese el valor de la incognita.

Lo 12 En cada una de las equaciones antecedentes en lugar de la penultima incognita pongase su valor encontrado en la penultima equacion.

Lo 13 En la antepenultima equacion encuentrese el valor de la incognita.

Lo 14 En cada una de las equaciones antecedentes en lugar de la antepenultima incognita pongase su valor encontrado en la antepenultima equacion.

Continuese como queda dicho hasta llegar à la primera equacion.

Lo 15 En la primera equacion encuentrese el valor de la incognita, y con esto se tendrá el valor de cada una de las incognitas que se encuentran en las equaciones dadas.

Si se quiere disminuir el trabajo, reduzcase cada miembro de cada una de las equaciones à los menos terminos que sea posible, y procurese que la equacion en donde se ha de substituir esté sin quebrados.

Explicacion.

Para encontrar lo que vale cada una de las tres incognitas m , t , n , en estas tres equaciones $2n+t=m+4$; $10n=3m+2t-16$; $3m+24=2t+9n$, practiquese lo que sigue.

Lo 1º Para mayor claridad ponganse las tres equaciones dadas en una linea recta, co-
lo-

locando én primer lugar la que se quiera. *Todo se ve en el Mapa 1º, que se halla unido à la pagina 69.*

En la 1ª equacion A encuentrese el valor de qualquiera de las tres incognitas, que en ella se hallan, y sea el de t , tratando para esto à las otras dos incognitas m , n como si fuesen cantidades conocidas, operando para esto como se enseñó en el Dialogo 79. Hecho lo dicho, resulta la equacion D.

Lo 2º En las equaciones 2ª, y 3ª, esto es en las equaciones B, y C, en lugar de t pongase su valor $m+4-2n$, encontrado en la 1ª equacion. Hecho lo dicho, resultan las equaciones E, y F.

Lo 3º En la 2ª equacion E hallese el valor de la incognita que se quiera, y sea n . Hecho esto, resulta G.

Lo 4º En la 3ª equacion F, en lugar de n substituyase su valor $\frac{5m-8}{1+}$, encontrado en la 2ª equacion G. Hecho esto, resulta la equacion H.

Lo 5º En la 3ª, ò ultima equacion H hallese el valor de la incognita m . Hecho esto, resulta Y, esto es, resulta $m=24$.

Lo

Lo 6° En las equaciones antecedentes, esto es en las equaciones 2^a, y 1^a, esto es en las equaciones G, y D, en lugar de m substituyase su valor 24, encontrado en la 3^a equacion Y. Hecho esto, resultan las equaciones J, y K, esto es, substituyendo en la equacion G en lugar de m su $= 24$, resulta la equacion J, y substituyendo en la equacion D en lugar de m su valor 24, resulta la equacion K.

Lo 7° En la 2^a equacion J hallese el valor de n . Hecho esto, resulta la equacion L, esto es, resulta $n = 8$.

Lo 8° En la 1^a equacion K pongase 8 en lugar de su $= n$. Hecho esto, resulta la equacion M. En esta equacion M hallese el valor de la incognita t , y se tendrá N, esto es $t = 12$.

Ya está concluida la operacion, pues sabemos que $t = 12$, que $n = 8$, y que m vale 24.

D. Todo lo tengo entendido. Lo encuentro muy facil; pero medianitamente impertinente. M. El mejor medio para que no te equivoques, es el tener dos papeles. En el uno has de ir formando el Mapa con toda claridad; y en el otro (à quien llamaremos papel volante) has de ir executando las operaciones particulares.

M.

M. Para encontrar lo que vale cada una de las tres incognitas n, m, t en estas tres equaciones $t + m = n + 12$, $12 + 2m = t - 3n - 4$, $4m - 24 = n + 3$, cómo procederás? D. Así.

Lo 1° Las tres equaciones dadas las pongo en una linea recta, como se ve en el Mapa 2° de la pagina 69.

En la 1ª equacion E encuentro el valor de m , operando en el papel volante lo que dice el Dialogo 79, con lo qual tengo H, esto es $m = n + 12 - t$.

Lo 2° En la 2ª equacion F, y en la 3ª G pongo $n + 12 - t$ en lugar de $su = m$. Hecho esto, me resultan las equaciones Y, y K.

Lo 3° En la 2ª equacion Y encuentro el valor de t , con lo qual tengo L, esto es $t = 8 - n$.

Lo 4° En la 3ª equacion K pongo $8 - n$ en lugar de $su = t$, y me resulta M.

Lo 5° En la 3ª equacion M hallo el valor de su unica incognita n , y me resulta D, esto es $n = 2$.

Lo 6° En la 2ª equacion L, y en la 1ª H pongo 2 en lugar de $su = n$, con lo que me resultan las equaciones P, y Q.

Lo 7° En la 2ª equacion P hallo el valor de

de su única incognita t , y tengo V, esto es $t = 6$.

Lo 8º En la 1ª equacion Q pongo en lugar de t su valor 6, y me resulta B.

Lo 9º En la 1ª equacion B hallo el valor de su única incognita m , y resulta C, esto es $m = 8$.

Ya tengo concluida la operacion, y así digo que $m = 8$, que $t = 6$, y que el valor de n es 2. M. Para encontrar lo que vale cada una de las dos incognitas n, m en estas dos equaciones $8n = 80 - 24m$, $12n - 15m = 18$, cómo procederás? D. De esta manera.

Pongo las dos dichas equaciones en una linea recta. *Todo se ve en el Mapa 3º pag. 69.*

En la 1ª equacion P hallo el valor de n , y tengo R.

En la 2ª equacion Q substituyo $10 - 3m$ en lugar de su $= n$, y tengo A.

En la 2ª equacion A encuentro el valor de m , y tengo C, esto es $m = 2$.

En la 1ª equacion R pongo 2 en lugar de m , y tengo M, esto es $n = 10 - 6$.

En la 1ª equacion M encuentro el valor de n , y me resulta D, esto es $n = 4$.

Digo

M A P A I^o.

A. $2n+t=m+4$

D. $t=m+4-2n$

K. $t=24+4-2n$

M. $t=24+4-16$

N. $t=12$

B. $10n=3m+2t-16$

E. $10n=3m+2m+8-4n-16$

G. $n=\frac{5m-8}{14}$

J. $n=\frac{120-8}{14}$

L. $n=8$

C. $3m+24=2t+9n$

F. $3m+24=2m+8-4n+9n$

H. $3m+24=2m+8-\frac{20m+32}{14}-\frac{+45m-72}{14}$

Y. $m=24$

M A P A II^o.

E. $t+m=n+12$

H. $m=n+12-t$

Q. $m=2+12-t$

B. $m=2+12-6$

C. $m=8$

I. $12-2m=t-3n-4$

J. $12-2n-24+2t=t-3n-4$

K. $t=8-n$

L. $t=8-2$

M. $t=6$

G. $4m-24=n+3$

K. $4n+48-4t-24=n+t$

M. $4n+48-32+4n-24=n+8-n$

D. $n=2$

M A P A III^o.

P. $8n=80-24m$

R. $n=10-3m$

M. $n=10-6$

D. $n=4$

Q. $12n-15m=18$

A. $120-36m-15m=18$

C. $m=2$



Digo pues, que en las dos equaciones dadas n vale 4, y el valor de m es 2.

Repasa en este día los Dialogos 63, y 64.

DIALOGO 91.

M. El valor de m , y el de n en estas dos equaciones $m+n=110$, $m-n=10$, qual es?

D. El valor de m es 60, y el de n es 50.

M. El valor de m , y el de n en estas dos equaciones $m+n=18$, $3m=\frac{n}{2}+19$, qual es?

D. El valor de m es 8, y n es = 10.

M. El valor de m , y el de n en estas dos equaciones $\frac{m}{2}+2n=48$, $3m-n=54$, qual es?

D. $m=24$, $n=18$.

M. El valor de m , y el de n en estas dos equaciones $m+n=9000$, $m+\frac{2n}{3}=n+5000$, qual es?

D. El valor de m es 6000, y $n=3000$.

M. El valor de m , el de n , y el de t en estas tres equaciones $m+n=t+20$, $n+t=m+30$, $m+t=n+40$, qual es?

D. El valor de m es 30, el de n es 25, y el de t es 35.

M. El valor de m , y el de n en estas dos equaciones $m-n=7$, $4n+6=3m+1$, qual es?

D. Es $m=23$, $n=16$.

M. Repasa los Dialogos 65, 66, y 67.

M. Quien no conoce las letras puede leer una carta? **D.** No Señor. **M.** Pues de el mismo modo quien no esté impuesto en lo que contienen los Dialogos anteriores, no puede entender los que se siguen. Te quiero muy practico en ello, y por lo tanto en este dia hablaremos de lo que en los dos antecedentes.

El valor de m , y el de n en estas dos equaciones $n + 90 = 2m$, $m + 90 = 3n$, qual es? **D.** El de n es 54, y el de m es 72.

M. El valor de m , el de n , y el de t en estas tres equaciones $m + \frac{n+t}{2} = 51$, $n + \frac{m+t}{3} = 51$, $t + \frac{m+n}{4} = 51$, qual es? **D.** Es $m = 15$, $n = 33$, $t = 39$.

M. El valor de m , el de n , y el de t en estas tres equaciones $m - 2 = n$, $t = m + n + 4$, $96 = m + n + t$, qual es? **D.** Es $m = 24$, $n = 22$, $t = 50$.

M. El valor de m , y el de n en estas dos equaciones $n + 4 = \frac{m-4}{4}$, $n = \frac{m}{3}$, qual es? **D.** $m = 36$, y $n = 12$.

M. El valor de m , el de n , el de t , y el de v en estas quatro equaciones $m + 5 = n - 4$,

$n - 4 = 3t$, $3t = \frac{v}{2}$, $m + n + t + v = 90$, qual es?

D. Es $m = 16$, $n = 25$, $t = 7$, $v = 42$.

M. Repasa los Dialogos 68, 69, y 70, y no veas hasta mañana cosa alguna de lo que sigue.

DIALOGO 93.

PROBLEMAS.

M. Dicipulo querido, quiero enseñarte à resolver Problemas de aquellos, que su resolución consiste en formar dos, ò mas equaciones simples, tales que entre todas ellas haya tantas distintas incognitas, quantas son las equaciones, y tales que en ellas no haya termino alguno irracional. Para resolver pues un Problema de los de la naturaleza referida, has de practicar estas tres cosas. La 1.^a, suponer por cada cantidad, que se busca, una letra. La 2.^a, discurrir por las condiciones, que el Problema expresa, y formar tantas distintas equaciones, quantas son las letras. La 3.^a, encontrar en dichas equaciones el valor de cada una de las letras, operando para ello como te enseñé en el Dialogo 90.

PRO-

PROBLEMA 1º.

Encontrar dos numeros tales, que la suma de ellos sea 15, y la diferencia 3.

D. Supongo que el numero mayor es m , y que el menor es n . Claro está que la suma de los dos numeros es $m+n$: La suma de los dos numeros es 15; luego $m+n=15$.

La diferencia de los dos numeros es $m-n$. La diferencia de los dos numeros es 3; luego $m-n=3$. El valor de m , y el de n en las dos dichas equaciones es 9, y 6; esto es, es $m=9$, $n=6$. Digo pues, que el numero mayor es 9, y el menor es 6. *M.* Y no hay que dudar en ello, pues la suma de 9 y 6 es 15, y la diferencia de 9 y 6 es 3, que son las dos condiciones de el Problema.

PROBLEMA 2º.

La mitad de los pesos que tiene Pedro, junto con el duplo de los pesos que tiene Juan, hacen 48. El triplo de los pesos que tiene Pedro, menos los pesos que tiene Juan, hacen 54. Pregunto quantos pesos tiene Pedro, y quantos tiene Juan?

D.

D. Supongamos que el numero de los pesos que tiene Pedro es m , y que el numero de los pesos que tiene Juan es n . La mitad de los pesos que tiene Pedro, junto con el duplo de los pesos que tiene Juan, es $\frac{m}{2} + 2n$. La mitad de los pesos que tiene Pedro, junto con el duplo de los pesos que tiene Juan, es 48; luego $\frac{m}{2} + 2n = 48$.

El triplo de los pesos que tiene Pedro, menos los pesos que tiene Juan, es $3m - n$. El triplo de los pesos que tiene Pedro, menos los pesos que tiene Juan, es 54; luego $3m - n = 54$. En las dos dichas equaciones es $m = 24$, y $n = 18$. Digo pues, que Pedro tiene 24 pesos, y Juan 18.

$$24 - 18 = 6 \quad 6 + 18 = 24$$

PROBLEMA 3.^o

En una cesta se encuentran manzanas, peras, y limones. El numero de todas las manzanas, peras, y limones es 38. El numero de las manzanas, junto con el numero de las peras, es igual a el quadruplo de el numero de los limones, menos 2. La mitad de el numero de las peras, con la quarta parte de el numero de los limones, hacen el numero

mero

mero de las manzanas, menos el numero 13.

○ Pregunto, quantas manzanas, quantas peras, y quantos limones hay en la cesta?

D. Supongo que el numero de las manzanas es m , que el numero de las peras es n , y que el numero de los limones es t . El numero de todas las manzanas, peras, y limones es $m+n+t$. El numero de todas las manzanas, peras, y limones es 38; luego $m+n+t=38$.

El numero de las manzanas, junto con el numero de las peras, es $m+n$. El quadruplo de el numero de los limones, menos 2, es $4t-2$. El Problema dice, que el numero de las manzanas, junto con el numero de las peras, es = à el quadruplo de el numero de los limones - 2; luego $m+n=4t-2$.

La mitad de el numero de las peras, con la quarta parte de el numero de los limones, es $\frac{n}{2} + \frac{t}{4}$. El numero de las manzanas, menos el numero 13, es $m-13$. El Problema dice, que la mitad de el numero de las peras, con la quarta parte de el numero de los limones (que como he dicho es $\frac{n}{2} + \frac{t}{4}$) hacen, ò es = à el numero de las manzanas, menos el numero 13 (que como he dicho es $m-13$) luego

go $\frac{n}{2} + \frac{t}{4} = m - 13$. En las tres dichas equa-
ciones es $m=20$, $n=10$, $t=8$. El numero de
las manzanas es por suposicion m . Segun á el
principio supuse, el numero de las peras es n ,
y t el numero de los limones; luego respon-
do bien, diciendo que en la cesta se encuen-
tran 20 manzanas, 10 peras, y 8 limones.

PROBLEMA 4^o

Encontrar dos numeros tales, que el duplo de
el mayor, junto con la mitad de el menor, ha-
ga 22, y que el mayor, menos el menor, sea 1.

D. Supongo que el numero mayor es m ,
y que el menor es n . El duplo de el mayor,
junto con la mitad de el menor, es $2m + \frac{n}{2}$.
El duplo de el mayor, junto con la mitad
de el menor, es 22; luego $2m + \frac{n}{2} = 22$.

El mayor, menos el menor, es $m - n$. El
mayor, menos el menor, es 1; luego $m - n$
 $= 1$. En las dos dichas equaciones el valor de
 m es 9, y el de n es 8. Digo pues, que el nu-
mero mayor es 9, y el menor 8.

PROQ.

Por una casa pagaron Pedro, y Juan 9000 pesos. Lo que pagó Pedro, junto con los dos tercios de lo que pagó Juan, es lo mismo que lo que pagó Juan, junto con 5000 pesos. Pregunto quantos pesos pagó Pedro, y quantos pesos pagó Juan?

D. Supongo que el numero de los pesos que pagó Pedro es m , y que el numero de los pesos que pagó Juan es n . Los pesos que pagaron Pedro, y Juan son $m+n$. Los pesos que pagaron Pedro, y Juan son 9000; luego $m+n=9000$.

a Lo que pagó Pedro, junto con los dos tercios de lo que pagó Juan, es $m+\frac{2n}{3}$. Lo que pagó Juan, junto con 5000 pesos, es $n+5000$. El Problema dice, que lo que pagó Pedro, junto con los dos tercios de lo que pagó Juan, es lo mismo que lo que pagó Juan, junto con 5000 pesos; luego $m+\frac{2n}{3}=n+5000$.

a En las dos dichas equaciones lo que vale m es 6000, y lo que vale n es 3000. Digo pues, que Pedro pagó 6000 pesos, y que Juan pagó 3000.

M. Repasa los Dialogos 71, 72, 73, y 74.

DIALOGO 94.

PROBLEMA 6º.

Encontrar dos numeros tales , que el mayor , mas la mitad de el menor , sea 16 , y el mayor , menos el duplo del menor , sea 1.

D. El mayor es 13 , y el menor es 6.

$$m + \frac{n}{2} = 16.$$

$$m - 2n = 1.$$

PROBLEMA 7º.

Hallar dos numeros tales , que el duplo de el primero , con el triplo de el segundo , sea 10 , y que el quadruplo de el primero , menos el quintuplo de el segundo , sea 6.

D. El numero primero es 3 y $\frac{1}{11}$, y el segundo es 1 y $\frac{3}{11}$.

$$2m + 3n = 10.$$

$$4m - 5n = 6.$$

PROBLEMA 8º.

Pedro dixo à Juan , si me das 23 reales , tendré tres veces mas de los que à ti te quedan. Juan dixo à Pedro , si me das 23 reales , tendré siete veces mas de los que à ti te quedan. Pregunta quantos reales tiene Pedro , y quantos Juan?

F

D.

D. Supongo que los reales que tiene Pedro son m , y que los que tiene Juan son n . Si à Pedro le dá Juan 23 reales, tendrá Pedro $m+23$, y le quedarán à Juan $n-23$, y como el Problema dice, que los reales de Pedro, con 23 de Juan, es = à el triplo de los reales que le quedan à Juan (que como he dicho son $n-23$.) tendrémós $m+23=3n-69$.

Si à Juan le dá Pedro 23 reales, tendrá Juan $n+23$, y le quedarán à Pedro $m-23$, cuya cantidad tomada 7 veces, hace $7m-161$, y como el Problema dice, que los reales de Juan, con 23 de Pedro, es lo mismo que siete veces los reales que quedan à Pedro, tendrémós $n+23=7m-161$. En las dos dichas equations lo que vale m es 32 y $\frac{1}{3}$, y lo que vale n es 41 y $\frac{2}{3}$. Digo pues, que Pedro tiene 32 reales y $\frac{1}{3}$, y que Juan tiene 41 reales, y $\frac{2}{3}$ de real.

PROBLEMA 9º.

Encontrar tres numeros tales, que la suma de el primero y segundo sea = à el tercero, mas 20; que la suma de el segundo, y tercero sea = à el primero, mas 30; y que la suma de el primero, y tercero sea = à el segundo, mas 40.

D.

D. Supongo que el numero primero es m , que el segundo es n , y que el tercero es t . Atendiendo à la primera condicion de el Problema tendrèmos $m+n=t+20$. Atendiendo à la segunda condicion de el Problema (que es que la suma de el segundo, y tercero sea = à el primero, mas 30) tendrèmos $n+t=m+30$. Atendiendo à la tercera condicion, ò circunstancia de el Problema, tendrèmos $m+t=n+40$. En las tres dichas equaciones el valor de m es 30, el de n es 25, y el de t es 35. Digo pues, que el numero primero es 30, que el segundo es 25, y que el tercero es 35. M. Los dichos numeros 30, 25, y 35 guardan las tres circunstancias, ò condiciones de el Problema, y aunque todos los hombres que habitamos en este valle de lagrimas trabajásemos 60000 años, no encontraríamos tres numeros distintos de los expresados, y que tengan las tres circunstancias de el Problema; pues es imposible.

PROBLEMA 10.

Encontrar tres numeros tales, que la suma de todos tres sea 20, que la suma de el primero,

con el duplo de el segundo, sea = à el triplo de el tercero, menos 14, y que la suma de el segundo, con la mitad de el tercero, sea = à el duplo de el primero, mas 3.

D. El numero primero es 4, el segundo es 6, y el tercero es 10.

$$m+n+t=20. \quad m+2n=3t-14. \quad n+\frac{t}{2}=2m+3.$$

PROBLEMA II.

Los pesos que tiene Pedro, junto con los que tiene Juan, hacen 100. Rebaxando de los pesos de Pedro los que tiene Juan, quedan 60. Pregunto quantos pesos tiene Pedro, y quantos Juan?

D. Sea m el numero de los pesos que tiene Pedro, y n el numero de los pesos que tiene Juan. La suma de los pesos de Pedro, y de los pesos de Juan es $m+n$. La suma de los pesos de Pedro, y de los pesos de Juan es 100; luego $m+n=100$.

Rebaxando de los m pesos que tiene Pedro los n pesos que tiene Juan, quedan $m-n$. Rebaxando de los pesos que tiene Pedro los pesos que tiene Juan, quedan 60; luego $m-n=60$. En

En las dos dichas equaciones es $m = 80$, $n = 20$. Digo pues, que Pedro tiene 80 pesos, y Juan 20.

N O T A.

M. Dicipulo mio, observa como resuelvo el dicho Problema de otra suerte. Supongo que el numero de los pesos que tiene Pedro es n . Claro está que el numero de los pesos que tiene Juan es 100, menos los que tiene Pedro, esto es $100 - n$. Rebaxando de los n pesos que tiene Pedro los $100 - n$ pesos que tiene Juan, es la diferencia $n - 100 + n$, y como esta diferencia (segun dice el Problema) es 60, tendremos $n - 100 + n = 60$.

En esta equacion el valor de n es 80. Digo pues, que Pedro tiene 80 pesos. Siendo $n = 80$, y siendo (como dixé) $100 - n$ los pesos de Juan, serán los pesos que tiene Juan $100 - 80$, esto es 20.

Por este methodo se resuelven algunos Problemas con mas brevedad, que por el methodo que tu has usado en la resolucion de el presente. *D.* Este methodo solo se distingue de el que yo he usado en que no se
su.

supone por cada cantidad incognita una letra. M. Dices bien.

Oy has de repasar los Dialogos 75, 76, y 77.

DIALOGO 95.

PROBLEMA 12.

Pedro, Juan, y Diego pesan 22 arrobas. La mitad de lo que Pedro pesa es tanto como los $\frac{2}{3}$ de lo que pesa Juan, mas la mitad de lo que pesa Diego. El duplo de lo que pesa Diego es = à la mitad de lo que pesa Pedro, mas el tercio de lo que pesa Juan. Pregunto quantas arrobas pesa Pedro, quantas Juan, y quantas Diego?

D. Si suponemos que las arrobas que pesa Pedro son m , que las que pesa Juan son n , y que las que pesa Diego son t , y atendemos bien à las tres condiciones de el Problema, encontraremos estas tres equaciones.

$$m+n+t=22. \quad \frac{m}{2}=\frac{2n}{3}+\frac{t}{2}. \quad 2t=\frac{m}{2}+\frac{n}{3}.$$

En las tres dichas equaciones el valor de m es 12, el de n es 6, y el de t es 4. Digo pues, que Pedro pesa 12 arrobas, Juan 6, y Diego 4.

PRO-

PROBLEMA 13.

Un Abuelo tiene tantos años como su hijo, y su nieto. Todos tres tienen 160. El nieto tiene la octava parte de los años que su Abuelo, mas la sexta parte de los años que su Padre. Pregunto quantos años tiene cada uno de los tres?

D. El Abuelo tiene 80 años. El Padre tiene 60, y el hijo 20.

$$m=n+t. \quad m+n+t=160. \quad t=\frac{m}{8}+\frac{n}{6}.$$

PROBLEMA 14.

Encontrar dos numeros tales, que quitando de el mayor el menor, la diferencia sea 7, y que el quadruplo de el menor, mas 6, sea = à el triplo de el mayor, mas 1.

D. El numero mayor es 23, y el menor 16.

$$m-n=7. \quad 4n+6=3m+1.$$

PROBLEMA 15.

Dividir el numero 36 en tres partes tales, que la mitad de la primera, el tercio de la segunda,

gunda , y el quarto de la tercera sean iguales entre sí.

D. Sea la parte primera m , la segunda n , y la tercera t .

Las tres partes hacen $m + n + t$. Las tres partes hacen 36 ; luego $m + n + t = 36$.

La mitad (que es $\frac{m}{2}$) de la parte primera m es = à el tercio (que es $\frac{n}{3}$) de la parte segunda n (segun dice el Problema) luego $\frac{m}{2} = \frac{n}{3}$.

La mitad (que es $\frac{m}{2}$) de la parte primera m es = à el quarto (que es $\frac{t}{4}$) de la parte tercera t (segun dice el Problema) luego $\frac{m}{2} = \frac{t}{4}$.

En las tres dichas equaciones lo que vale m es 8, lo que vale n es 12, y lo que vale t es 16. Digo pues, que la parte primera es 8, que la parte segunda es 12, y que la parte tercera es 16. *M.* Dices bien , pues las tres partes 8, 12, 16 hacen 36, y la mitad (que es 4) de la primera , el tercio (que es 4) de la segunda, y el quarto (que es 4) de la tercera, son entre sí iguales.

PROBLEMA 16.

Cayetano , y Manuel tienen 27 años. Manuel tiene

tiene uno mas que Cayetano. Quantos tiene cada uno?

D. Cayetano 13, y 14 Manuel.

$$m+n=27.$$

$$m=n-1.$$

M. Repasa oy los Dialogos 1, 5, 11, y 17.

DIALOGO 96.

PROBLEMA 17.

Encontrar tres numeros tales, que el primero, mas la mitad de los otros dos, haga 51; que el segundo, mas el tercio de los otros dos, haga 51; y que el tercero, mas el quarto de los otros dos, haga 51.

D. El numero primero es 15. El segundo es 33. El tercero es 39.

$$m+\frac{n+t}{2}=51. \quad n+\frac{m+t}{3}=51. \quad t+\frac{m+n}{4}=51.$$

PROBLEMA 18.

Tengo un Vaso de Oro, otro de Plata, y una Copa. La Copa vale 90 doblones. Lo que vale el Vaso de Plata, junto con lo que vale la Copa, es el duplo de lo que vale el Vaso de Oro.

Oro. Lo que vale el Vaso de Oro, junto con lo que vale la Copa, es el triplo de lo que vale el Vaso de Plata. Pregunto quantos doblones vale cada Vaso?

D. Supongo que son m los doblones que vale el Vaso de Oro, y que son n los que vale el Vaso de Plata.

Los n doblones que vale el Vaso de Plata, junto con los 90 doblones que vale la Copa, dice el Problema, que es lo mismo que el duplo (que es $2n$) de los doblones que vale el Vaso de Oro; luego $n + 90 = 2m$.

Los m doblones que vale el Vaso de Oro, juntos con los 90 doblones que vale la Copa, es $=$ al triplo, que es $3n$, de los n doblones que vale el Vaso de Plata; luego $m + 90 = 3n$. En las dos dichas equaciones lo que vale m es 72, y lo que vale n es 54. Digo pues, que el Vaso de Oro vale 72 doblones, y que el Vaso de Plata vale 54 doblones,

PROBLEMA 19.

El triplo de las pesetas que tiene Pedro, junto con el quadruplo de las pesetas que tiene Juan,

Juan, hacen 55. Pedro tiene 2 pesetas mas que Juan. Pregunto quantas pesetas tiene Pedro, y quantas Juan?

D. Pedro tiene 9, y Juan 7.

$$3m + 4n = 55.$$

$$m = n + 2.$$

PROBLEMA 20.

La mitad de mis pesetas, y el tercio de las de Pedro, componen 14. El, y yo tenemos 32. Pregunto quantas tiene, y quantas tengo?

D. V. m. tiene 20, y 12. Pedro.

$$\frac{m}{2} + \frac{n}{3} = 14.$$

$$m + n = 32.$$

PROBLEMA 21.

Mathusalem vivió 39 años mas que Adan. El tercio de los años que vivió Mathusalem, junto con la mitad de los años que vivió Adan, componen 788. Pregunto quantos años vivió Mathusalem, y quantos Adan?

D. Mathusalem vivió 969, y Adan 930.

$$m = n + 39,$$

$$\frac{m}{3} + \frac{n}{2} = 788.$$

PRO-

PROBLEMA 22.

Encontrar quatro numeros tales, que el primero, mas 5, sea = à el segundo, menos 4; que el segundo, menos 4, sea = à el tercero multiplicado por 3; que el tercero multiplicado por 3 sea = à la mitad de el quarto, y que la suma de los quatro haga 90.

D. Sea el numero primero m , el segundo n , el tercero t , y el quarto v .

$$m+5=n-4, n-4=t \times 3, 3t=\frac{v}{2}, m+n+t+v=90$$

El numero primero es 16, el segundo es 25, el tercero es 7, y el quarto es 42.

PROBLEMA 23.

Preguntó un Niño à su Padre los años que tenia. Respondió el Padre 4 años hace que tu edad era la quarta parte de la mia; pero ahora tu edad es la tercera parte de la mia. Pregunto quantos años tiene à el presente el Padre, y quantos el hijo?

D. Sean m los años que à el presente tiene el Padre, y n los que à el presente tiene el hijo. Claro está que 4 años hace tendria el

Pa-

Padre $m - 4$, y el hijo $n - 4$; pero como 4 años hace la edad de el hijo era lo mismo que la quarta parte de la edad de el Padre, tendrémós $n - 4 = \frac{m - 4}{4}$.

Los n años, que à el presente tiene el hijo, son lo mismo que el tercio de los m años, que à el presente tiene el Padre; luego $n = \frac{m}{3}$.

En las dos dichas equaciones el valor de m es 36, y el de n es 12. Digo pues, que à el presente tiene el Padre 36 años, y 12 el hijo. *M.* Voy à exâminar tu respuesta. 4 años hace tenia el Padre (pues dices que ahora tiene 36) 32, y el hijo 8, en donde se verifica que la edad de el hijo era la quarta parte de la edad de el Padre. 12 años, que à el presente tiene el hijo, es la tercera parte de 36, que à el presente tiene el Padre.

N O T A.

Sean n los años, que à el presente tiene el Padre. Los años, que à el presente tiene el hijo, son $\frac{n}{3}$. Los años, que 4 años hace tenia el Padre, son $n - 4$. Los años, que 4 años hace tenia el hijo, son $\frac{n}{3} - 4$. El Problema dice, que la quarta parte de la edad, que te-

nia el Padre 4 años hace, era = à la edad, que tenia el hijo 4 años hace; luego $\frac{n-4}{4} = \frac{n}{3} - 4$.

En la dicha equacion n vale 36. Digo pues, que à el presente tiene el Padre 36 años, y por consiguiente el hijo $\frac{36}{3}$, esto es 12.

M. Repasa oy los Dialogos 21, 27, 33, y 40.

DE LA EQUACION DE EL SEGUNDO GRADO

DIALOGO 97.

REGLA GENERAL

Para encontrar los dos valores, que tiene la incognita en qualquiera equacion de el segundo grado, en quien no haya termino irracional.

LO 1º Multipliquese cada miembro por el producto de los denominadores.

Lo 2º Reduzcanse à enteros los quebrados impropios.

Lo 3º Si alguno, ò algunos de los terminos, que hay en el miembro primero, están tambien en el miembro segundo con el mismo signo, quitenfe, ò borrenfe los tales terminos de ambos miembros.

Lo

Lo 4° Si en cada termino está la incognita, partase cada miembro por la potencia menor de la incognita. (Adviertase, que si hecho lo dicho resultase una equacion tal, que en ella haya algun termino conocido, y algun termino, en donde la incognita tenga un exponente mayor que el numero 2, la equacion dada no es de el segundo grado.)

Lo 5° Restense, ò quiten se de cada miembro los terminos, en quienes no está el quadrado de la incognita en el miembro segundo.

Lo 6° Restense, ò quiten se de cada miembro los terminos, en quienes está el quadrado de la incognita en el miembro segundo.

Lo 7° Reduzcase cada miembro à los mesmos terminos que sea posible. (Adviertase, que esto se puede executar en qualquiera ocasión.)

Lo 8° Partase cada miembro por el coeficiente de el quadrado de la incognita.

Lo 9° La mitad de el coeficiente de la simple incognita quadrese. A este quadrado añadase el termino conocido, y de la suma saquese la raíz quadrada. A la mitad de el coeficien-

té de la simple incognita añadase la dicha raíz quadrada, y la suma será lo que vale la incognita en la equacion dada. De la mitad de el coeficiente de la simple incognita restese la dicha raíz quadrada, y la diferencia será lo que vale la incognita en la equacion dada.

Explicacion.

Para encontrar los dos valores que tiene la incognita n en la equacion $n^5 + \frac{2n}{4} - 36n^4 = 84n^3 + \frac{n}{2} - 2n^5$, hagase lo siguiente.

Lo 1º Multipliquese cada miembro por 8, que es el producto de los denominadores 4, y 2, y se tendrá la equacion C. *Vease el Mapa que está unido à la pagina 99.*

Lo 2º Reduzcanse à enteros los quebrados improprios $\frac{16n}{4}$, $\frac{8n}{2}$, y se tendrá D.

Lo 3º Quitefe, ò borrese de ambos miembros el termino $4n$, que se encuentra con un mismo signo en ambos miembros, y se tendrá E.

Lo 4º Partase cada miembro por n^3 , que es la potencia menor de la incognita que en cada termino se encuentra, y se tendrá F.

Lo

Lo 5º Restese, ò quítese de cada miembro el termino $-288n$, y se tendrá G.

Lo 6º Restese, ò quítese de cada miembro el termino $-16n^2$, y se tendrá H.

Lo 7º Reduzcase cada miembro à los menos terminos que sea posible, y se tendrá Y.

Lo 8º Partase cada miembro por 24, que es el coeficiente de el quadrado n^2 de la incognita n , y se tendrá J.

Lo 9º La mitad 6 de el coeficiente 12 de la simple incognita n quadrese. A este quadrado 36 añadase el termino conocido 28, y de la suma 64 saquese la raíz quadrada, y se tendrá 8. A la mitad 6 de el coeficiente de la simple incognita n añadase la dicha raíz quadrada 8, y la suma 14 es lo que vale la incognita n en la equacion dada. De la mitad 6 de el coeficiente 12 de la simple incognita n restese la dicha raíz quadrada 8, y la diferencia -2 es lo que vale la incognita n en la equacion dada; de manera, que en la equacion dada es $n=14$, y tambien es $n=-2$.

D. Los ocho primeros preceptos tienen bastante semejanza con los ocho preceptos que contiene la Regla general puesta en el

Dialogo 79. No encierra especial dificultad la regla que acaba v. m. de explicarme.

M. Veamos cómo encuentras los dos valores que tiene la incognita n en esta equacion $3n^2 + 180 = 48n$? *D.* Despues de haber practicado lo que dicen los ocho primeros preceptos de los nueve que contiene la Regla general, resulta esta equacion $n^2 = 16n - 60$.

La mitad 8 de el coeficiente 16 de la simple incognita n quadrese, y se tendrá 64. A este 64 añadase -60 , que es el termino conocido, y se tendrá 4. De esta suma 4 saquese la raíz quadrada, y se tendrá 2. A la mitad 8 de el coeficiente 16 de la simple incognita n añadase la dicha raíz quadrada 2, y la suma 10 es lo que vale la incognita en la equacion dada. De la mitad 8 de el coeficiente 16 de la simple incognita n restese la dicha raíz quadrada 2, y la diferencia 6 es lo que vale la incognita n en la equacion $3n^2 + 180 = 48n$ dada; de suerte, que en la equacion dada es $n = 10$, y tambien es $n = 6$.

M. Veamos cómo encuentras los dos valores que tiene la incognita n en esta equacion $n^2 + 3n - \frac{1}{2}n = 88 - \frac{10n}{4}$? *D.* Despues de haber

ber practicado lo que dicen los ocho primeros preceptos de los nueve que contiene la Regla general, resulta esta equacion $n^2 = -3n + 88$.

La mitad de -3 , que es $-\frac{3}{2}$, lo quadro, y tengo $\frac{9}{4}$. A este quadrado $\frac{9}{4}$ añado 88, y tengo $\frac{361}{4}$. De esta suma $\frac{361}{4}$ saco la raíz quadrada, y resulta $\frac{19}{2}$. A la mitad de -3 (coeficiente de la simple incognita) que es $-\frac{3}{2}$, añado la dicha raíz quadrada $\frac{19}{2}$, y me resulta 8. Digo pues, que el un valor de la incognita en la equacion dada es 8. De la mitad de -3 , que es $-\frac{3}{2}$, resto $\frac{19}{2}$ (que es la dicha raíz quadrada) y me resulta -11 . Digo pues, que el otro valor de la incognita en la equacion dada es -11 .

M. Repasa oy los Dialogos 45, 61, y 68.

DIALOGO 98.

M. Encuentra los dos valores que tiene la incognita en esta equacion $n^2 = 24n - 128$.

D. No hay que practicar lo que dicen los ocho primeros preceptos. Quadro 12. A este quadrado 144 añado -128 , y tengo 16.

G 2

Saco

Saco la raíz quadrada de esta suma 16, y tengo 4. A 12 (mitad de el coeficiente 24 de la simple incognita) añado la dicha raíz quadrada 4, y tengo 16. Digo pues, que en la equacion dada x vale 16. De 12 (mitad de el coeficiente de la simple incognita) resto 4 (que es la dicha raíz quadrada) y tengo 8. Digo pues, que en la equacion dada la incognita x vale 8. Respondo à todo diciendo, que en la equacion dada la incognita x vale 16, y vale 8. *M.* Encuentra los dos valores que tiene la incognita en esta equacion $2x^2 = 162$. *D.* Practicado lo que dicen los ocho primeros preceptos resulta $x^2 = 81$. No hay coeficiente de la simple incognita; luego su mitad es cero, y su quadrado tambien es cero. A este cero añado 81, y tengo 81. Saco la raíz quadrada de 81, y tengo 9. A la mitad de el coeficiente (que es cero) de la simple incognita añado la dicha raíz quadrada 9, y tengo 9. Digo pues, que en la equacion dada la incognita x vale 9.

De cero (mitad de el coeficiente de la simple incognita) resto la dicha raíz quadrada 9, y tengo cero; menos 9, esto es -9 . Digo
 pues,

pues, que en la equacion dada la incognita n vale -9 . Respondo à todo diciendo, que en la equacion dada la incognita n vale 9 , y vale -9 .

M. Quales son los dos valores que la incognita n tiene en esta equacion $\frac{n^2}{2} = 3n + 8$?

D. Son el uno 8 , y el otro -2 .

M. Quales son los dos valores que la incognita n tiene en esta equacion $n^2 - n = 20$?

D. Son el uno 5 , y el otro -4 .

M. Repasa los Dialogos 75, 79, y 83.

DIALOGO 99.

Resolucion de algunos Problemas.

PROBLEMA 1.^o

Encontrar un numero tal, que multiplicado por su quarta parte, sea el producto = à seis veces el tal numero, menos el numero 23.

D. Supongo que el numero que se busca es n . Claro está que el producto de dicho numero n por su quarta parte $\frac{n}{4}$ será $n \times \frac{n}{4} = \frac{n^2}{4}$. Tambien está claro, que 6 veces el tal numero

ro n , menos el numero 32, es $6n - 32$. El Problema dice, que multiplicando dicho numero n por su quarta parte, el producto (que como se ha dicho es $\frac{n^2}{4}$) ha de ser $=$ à 6 veces el tal numero, menos el numero 32; luego $\frac{n^2}{4} = 6n - 32$.

De la dicha equacion resulta (Dialogo 97) $n = 16$, y tambien $n = 8$. Digo pues, que el numero que se busca es el 16, y tambien el 8; pues tanto el 16, como el 8, guardan la condicion de el Problema; pues $16 \times \frac{16}{4} = 6 \times 16 - 32$, y $8 \times \frac{8}{4} = 6 \times 8 - 32$.

PROBLEMA 2º.

Si el numero de las pesetas que tiene Pedro, se multiplica por su septima parte, y de el producto se quitan 2, la diferencia será $=$ à el triplo de las pesetas que tiene Pedro, menos 16. Pregunto quantas pesetas tiene Pedro?

D. Supongo que es n el numero de las pesetas que tiene Pedro. Si las n pesetas que tiene Pedro se multiplican por su septima parte, que es $\frac{n}{7}$, y de el producto $\frac{n^2}{7}$ se quitan 2, será

M A P A.

$$n^5 + \frac{2n}{4} - 36n^4 = 84n^3 + \frac{n}{2} - 2n^5.$$

$$C. 8n^5 + \frac{16n}{4} - 288n^4 = 672n^3 + \frac{8n}{2} - 16n^5.$$

$$D. 8n^5 + 4n - 288n^4 = 672n^3 + 4n - 16n^5.$$

$$E. \dots 8n^5 - 288n^4 = 672n^3 - 16n^5.$$

$$F. \dots 8n^2 - 288n = 672 - 16n^2.$$

$$G. \dots 8n^2 = 672 - 16n^2 + 288n.$$

$$H. \dots 8n^2 + 16n^2 = 672 + 288n.$$

$$I. \dots 24n^2 = 288n + 672.$$

$$J. \dots n^2 = 12n + 28.$$

$$\text{Precepto } 9^o. \dots \begin{cases} n = \frac{12}{2} + \sqrt{\frac{12}{2} \times \frac{12}{2} + 28} = 14. \\ n = \frac{12}{2} - \sqrt{\frac{12}{2} \times \frac{12}{2} + 28} = -2. \end{cases}$$

será la diferencia $\frac{n^2}{7} - 2$. El triplo de las pesetas que tiene Pedro, menos 16, es $3n - 16$; luego atendiendo à la condicion de el Problema tendremos $\frac{n^2}{7} - 2 = 3n - 16$.

De la dicha equacion resulta (Dialogo 97) $n = 14$, y $n = 7$. Digo pues, que Pedro tiene 14 pesetas, ò bien 7.

N O T A.

M. Podemos responder, que Pedro tiene 14 pesetas; pues si 14 se multiplica por su séptima parte, que es 2, y de el producto 28 se quitan 2, la diferencia, que es 26, es = à el triplo de 14 (que es 42) menos 16.

Podemos responder, que Pedro tiene 7 pesetas; pues si 7 se multiplica por su séptima parte, que es 1, y de el producto 7 se quitan 2, la diferencia 5 es = à el triplo de 7 (que es 21) menos 16.

Pedro no puede tener 14 pesetas, y à el mismo tiempo solamente 7 pesetas; luego para responder bien a el Problema diremos, que Pedro tiene 14 pesetas, ò bien 7; pues tanto teniendo las 14, como teniendo las 7, se

se verifica con su caudal la condicion de el Problema.

PROBLEMA 3^o.

Encontrar un numero tal, que multiplicado por su tercio, y añadiendo à este producto el duplo de el tal numero, sea esta suma, menos el numero 45, lo mismo que cero.

D. Es 9, y -15. $\frac{nn}{3} + 2n - 45 = 0.$

PROBLEMA 4^o.

Encontrar un numero tal, que la mitad de su quadrado sea = à el triplo de el tal numero, mas el numero 8.

D. Es 8, y -2. $\frac{nn}{2} = 3n + 8.$

PROBLEMA 5^o.

Encontrar un numero tal, que el tercio de su quadrado, junto con el quadruplo de el tal numero, sea = 36.

D. Es 6, ($\frac{nn}{3} + 4n = 36$) ò bien -18.

PRO-

PROBLEMA 6^o

Encontrar un numero tal, que el duplo de su quadrado haga 72.

D. Es 6, y — 6. $2nn=72$.

M. Repasa los Dialogos 88, 93, y 96.

DIALOGO 100.

PROBLEMA 7^o

Encontrar un numero, que junto con su quadrado, haga 42.

D. Es 6, y — 7. $1n+nn=42$.

PROBLEMA 8^o

Encontrar un numero, cuyo duplo, multiplicado por el triplo de el tal numero, sea lo mismo que la mitad de el tal numero, mas 94.

D. Es 4, ò bien — $\frac{47}{12}$. $2n \times 3n = \frac{n}{2} + 94$.

PRO-

PROBLEMA 9º.

El quadrado de el numero de los pesos que tiene Pedro es = à el numero de los pesos que tiene, mas 20. Pregunto quantos pesos tiene Pedro?

D. 5. El — 4 tiene tambien la condicion de el Problema. $nn=n+20.$

PROBLEMA 10.

Encontrar un numero tal, que su quadrado, mas 9, sea = à 6 veces el tal numero.

D. Es 3. $nn+9=6n.$

PROBLEMA 11.

Si à el quadrado de un numero se añade 14, se tendrá el oñuplo de el tal numero. Pregunto qual es el tal numero?

D. Si atendemos à la condicion de el Problema, encontraremos $nn+14=8n.$

De la dicha equacion resulta $n=4+\sqrt{2}$, y $n=4-\sqrt{2}$, con lo qual diremos, que el un numero, ò la una cantidad es $4+\sqrt{2}$, y que

que el otro numero, ò la otra cantidad es $4 - \sqrt{2}$.

PROBLEMA 12.

Encontrar un numero tal, que añadiendo à su quadrado el numero 13, sea la suma = à 6 veces el tal numero.

D. La equacion correspondiente à el Problema es esta $nn + 13 = 6n$.

De la dicha equacion resulta $n = 3 + \sqrt{-4}$, y tambien $n = 3 - \sqrt{-4}$; pero como tanto $3 + \sqrt{-4}$, como $3 - \sqrt{-4}$, son cantidades imposibles, respondo, que el Problema es imposible; esto es, respondo que no hay numero alguno tal, que su quadrado, mas 13, sea = à 6 veces el tal numero.

M. Repasa los Dialogos 17, y 23.

En la Clase propuso el Autor de estos Dialogos à los Individuos, que está enseñando desde primero del Diciembre ultimo en la Trinidad Calzada de la presente Ciudad de Barcelona, lo que se expresa en las dos Octavas acrosthicas, que siguen.

DE Madrid salió Vayo à la ligera,
 Ost, quando aquél, de Burgos se salió,
 No cesó hasta Madrid este perrera,
 Vayo hasta Burgos nunca se paró.
 Encontraronse pues en la carrera,
 Nuestro Vayo à este encuentro pronunció,
 Tres dias necesito para entrar,
 Ungaro Ost, à Burgos mi Lugar.
 Referia en la Corte Ost fatigado,
 Andó tres leguas mas, bastante hacia,
 De las que en cada dia he caminado,
 En cada dia Vayo; mas decia,
 A caminar dos mas de las que ha andado,
 Bueno, en cada dia, cada dia,
 No sé que Vayo en diez su viage hiciera;
 Las leguas, que este andó saber quisiera.

El

El Dicipulo nombrado à lá margen de el Verso que se sigue (que es uno de los sobresalientes de la Clase) respondió lo que se lee en esta su Oétava.

*Dicese con razon ser gran perrera
 Ost, que una legua andaba cada dia,
 Respetto de este Vayo la carrera
 Sus quatro andando rapido seguia.
 A ver al Ungaro, que tan tardo era,
 Llegó que sólas doce hechas tenia,
 Vayo que las quarenta y ocho contaba,
 A Burgos con tres dias mas entraba.*

Resolucion.

Si se supone que son n las leguas que anduvo Vayo hasta encontrar à Ost, y que son v las leguas que anduvo Ost hasta encontrar à Vayo, serán $\frac{v}{3}$ las leguas que andaba Vayo cada dia, y serán $\frac{v}{3} - 3$ las leguas que andaba Ost cada dia. Está claro que son proporcionales $n : \frac{v}{3} :: v : \frac{v}{3} - 3$.

A caminar Vayo 2 leguas mas cada dia de las $\frac{v}{3}$ leguas que en cada dia camina, caminaría

ria cada dia $\frac{v}{3} + 2$ leguas, y en este caso llegaría à Burgos (dice el Problema) en 10 dias. Si caminando Vayo $\frac{v}{3} + 2$ leguas cada dia, llega à Burgos en 10 dias, caminando $\frac{v}{3}$ leguas cada dia, quantos dias tardará en llegar à Burgos? Resolviendo esta regla de tres simple indirecta (Dialogo 37) se encontrará que Vayo ha menester $\frac{30v + 180}{3v} = \frac{10v + 60}{v}$ dias para llegar à Burgos, ò para andar $n + v$ leguas. Si para andar $n + v$ leguas necesita Vayo $\frac{10v + 60}{v}$ dias, para andar n leguas necesitará $\frac{10vn + 60n}{vn + vv}$ dias. Si en $\frac{10vn + 60n}{vn + vv}$ dias anda Vayo n leguas, en 1 dia andará $\frac{vn + vv}{10v + 60}$ leguas. En un dia anda Vayo $\frac{vn + vv}{10v + 60}$ leguas. En un dia anda Vayo $\frac{v}{3}$ leguas; luego $\frac{vn + vv}{10v + 60} = \frac{v}{3}$, y por configuiente (Dialogo 79) $n = \frac{7v + 60}{3}$. Si se pone $\frac{7v + 60}{3}$ en lugar de n , serán proporcionales $\frac{7v + 60}{3} : \frac{v}{3} :: v : \frac{v}{3} - 3$, y por configuiente (Lema 1º de los dos que se dictan en el Libro 3º de la Arithmetica en la Academia Militar de Mathematicas establecida en Barcelona, ò bien Theorema 1º de el Apendice de proporcion, que el Autor de estos Dialogos está dictando en la Trinidad de Barcelona) $\frac{7v + 60}{3} \times \frac{v}{3} = \frac{v}{3} \times v$; esto es

$\frac{277-37-40}{9} = \frac{77}{3}$; y por consiguiente (Diálogo 97) $v=12$, y tambien $v=-\frac{90}{8}$. Siendo $v=12$ diremos, que hasta encontrarse caminaron Ost 12 leguas, y Vayo 48; por consiguiente Vayo andó 60 leguas, que es lo que resulta haber desde Madrid à Burgos.

111. The first of these is the
fact that the population of the
country has increased very
rapidly since the year 1800.
The second is the fact that
the population has increased
very rapidly since the year 1800.
The third is the fact that the
population has increased very
rapidly since the year 1800.

The fourth is the fact that the
population has increased very
rapidly since the year 1800.
The fifth is the fact that the
population has increased very
rapidly since the year 1800.
The sixth is the fact that the
population has increased very
rapidly since the year 1800.
The seventh is the fact that the
population has increased very
rapidly since the year 1800.
The eighth is the fact that the
population has increased very
rapidly since the year 1800.
The ninth is the fact that the
population has increased very
rapidly since the year 1800.
The tenth is the fact that the
population has increased very
rapidly since the year 1800.